



TESIS SS142501

***SMALL AREA ESTIMATION PENGELUARAN PER KAPITA  
DI KABUPATEN BANGKALAN DENGAN METODE  
HIERARCHICAL BAYES***

**ANDI MUHAMMAD ADE SATRIYA**

**NRP. 13 12 201 029**

**DOSEN PEMBIMBING**

**Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D**

**CO PEMBIMBING**

**Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si**

**PROGRAM PASCASARJANA**

**JURUSAN STATISTIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**

**SURABAYA**

**2016**



TESIS SS142501

**SMALL AREA ESTIMATION OF EXPENDITURE PER  
CAPITA IN BANGKALAN WITH HIERARCHICAL  
BAYES METHODS**

**ANDI MUHAMMAD ADE SATRIYA  
NRP. 13 12 201 029**

**SUPERVISOR  
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D**

**CO SUPERVISOR  
Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si**

**PROGRAM OF MAGISTER  
DEPARTMENT OF STATISTICS  
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES  
INSTITUT OF TECHNOLOGY SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2016**

**SMALL AREA ESTIMATION PENGELUARAN PER KAPITA  
DI KABUPATEN BANGKALAN  
DENGAN METODE HIERARCHICAL BAYES**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si)  
di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

oleh :  
**ANDI MUHAMMAD ADE SATRIYA**  
NRP. 1312 201 029


Tanggal Ujian : 28 Januari 2016  
Periode Wisuda : Maret 2016

Disetujui oleh:

1.  Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D (Pembimbing)  
NIP: 19621015 198803 1 002

2.  Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si (Co Pembimbing)  
NIP: 19660125 199002 1 001

3.  Dr. Irhamah, M. Si (Penguji I)  
NIP: 19780406 200112 2 002

4.  Dr. rer.pol. Heri Kuswanto, M.Si (Penguji II)  
NIP: 19820326 200312 1 004

5.  Dr. Sutikno, M.Si (Penguji III)  
NIP: 19710313 199702 1 001

Direktur Program Pascasarjana ITS,



  
Prof. Ir. Djaunhar Manfaat, M.Sc. Ph.D  
NIP: 19601202 198701 1 001

***Small Area Estimation Terhadap Pengeluaran Per Kapita Di Kabupaten  
Bangkalan Dengan Metode Hierarchical Bayes***

Nama Mahasiswa : Andi Muhammad Ade Satriya  
NRP : 1312201029  
Pembimbing : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D  
Co Pembimbing : Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si

**ABSTRAK**

Penelitian ini menggunakan metode *Hierarchical Bayes* (HB) yang diaplikasikan pada *Small Area Estimation* (SAE) dengan tujuan mengestimasi pengeluaran per kapita di Kabupaten Bangkalan. Digunakan SAE karena penambahan ukuran sampel dari pendugaan secara langsung merupakan salah satu cara untuk mendapatkan data pendugaan sampai level kecamatan. Akan tetapi penambahan ukuran sampel akan menambah biaya yang diperlukan menjadi lebih besar dan waktu yang diperlukan pun dalam survei menjadi lama. Oleh karena itu untuk mengatasi masalah tersebut yaitu dengan mengoptimalkan data yang tersedia dengan metode SAE. Kemudian menggunakan metode HB untuk mencari penduganya. Proses pendugaan dilakukan menggunakan *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) dengan menerapkan algoritma *Gibbs sampling*. Pemodelan secara tidak langsung menggunakan HB SAE dilakukan dibawah model Fay-Herriot untuk level area dengan bantuan variabel penyerta persentase penduduk bekerja di sektor pertanian , rata-rata anggota keluarga, persentase keluarga miskin, jumlah penduduk yang sedang sekolah, jumlah penduduk pelanggan listrik PLN dan kepadatan penduduk. Hasil pendugaan tersebut dibandingkan dengan pendugaan langsung dengan mengeluarkan output *Deviance Information Criterion* (DIC) sebagai tolak ukurnya. Dari hasil yang telah diperoleh menunjukkan bahwa pendugaan dengan menggunakan HB menghasilkan nilai DIC yang lebih kecil yaitu sebesar 46.656 daripada pendugaan langsung sebesar 72.043, maka dapat disimpulkan model pendugaan tak langsung menggunakan HB lebih baik dari pendugaan langsung.

***Kata kunci*** : *Deviance Information Criterion, Hierarchical Bayes, Pengeluaran per Kapita, Small Area Estimation*



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

## **Small Area Estimation Of Expenditure Per Capita In Bangkalan With Hierarchical Bayesian Methods**

Name : Andi Muhammad Ade Satriya  
NRP : 1312201029  
Supervisor : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D  
Co-Supervisor : Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si

### **ABSTRACT**

This study uses the Hierarchical Bayes (HB) which is applied to the Small Area Estimation (SAE) with the purpose of estimating expenditure per capita in Bangkalan. SAE is used as the addition of a sample size direct estimation is one way to get the data estimation until district level. But the addition of the sample size will add to the costs required and the time in the survey also becomes long. Therefore, to overcome this problem is to optimize the data available with the SAE method. Then use the HB method to find the estimation. Estimation process using Markov Chain Monte Carlo (MCMC) by applying Gibbs sampling algorithm. Modeling indirect using HB SAE was done under model of Fay-Herriot to level the area constructively of the variables assistance the percentage of the population employed in agriculture (X1), the average member of the family (X2), the percentage of poor families (X3), the number of people who are School (X4), the number of electricity customers PLN (X5), and population density (X6). The estimation results compared with direct estimation from the Deviance Information Criterion (DIC) value. the final results that the estimation by using HB has DIC smaller value that is equal to 46.656 than direct estimation equal to 72.043, so we can conclude indirect estimation model using HB better than direct estimation.

**Keywords:** Deviance Information Criterion, Hierarchical Bayes, Expenditure per Capita, Small Area Estimation

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

## KATA PENGANTAR

Puji syukur tak henti-hentinya penulis panjatkan atas kehadiran Allah SWT yang telah memberikan segala petunjuk, kemudahan, rahmat serta karunia-Nya tak terhingga, sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir dengan judul **"SMALL AREA ESTIMATION PENGELUARAN PER KAPITA DI KABUPATEN BANGKALAN DENGAN METODE HIERARCHICAL BAYES"**.

Selesainya Tugas Akhir serta laporan ini tak lepas dari peranan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin mengucapkan terima kasih yang sedalam-dalamnya kepada :

1. Orang Tua tercinta yang sangat saya hormati, H. Andi Sarah Mochammad Amin (alm) dan Hj. Norbayah yang telah menjadi sumber kekuatan dan semangat tiada tara. Terimakasih atas segala doa dan dukungannya sampai akhir hayat.
2. Ketiga Saudara/i saya Andi Muhammad Asdal, SH., Linda Susanti Agustina, S.Sos., dan Andi Muhammad Rudy Hartono, SE yang selalu memberi dorongan semangat.
3. Bapak Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikomp., Ph.D dan Dr. Brodjol Sutijo S. U, M.Si selaku dosen pembimbing yang telah menuntun saya, memberikan segala nasehat, serta pengetahuan baru demi terselesaikannya Tugas Akhir ini dan memberikan ilmu kesabaran dan kebijaksanaan bagi saya.
4. Ibu Dr. Irhamah, M. Si., Dr.rer.pol. Heri Kuswanto, M.Si., dan Dr. Sutikno, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan banyak saran, kritik dan masukan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.
5. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku Ketua Jurusan Statistika ITS dan seluruh staf dan karyawan TU dan RBS Jurusan Statistika
6. Bapak Dr.rer.pol. Heri Kuswanto, M.Si selaku Kaprodi Pasca Sarjana Jurusan Statistika dan terimakasih juga atas ilmu dan diskusinya selama saya menuntut ilmu di kampus ITS Surabaya.



7. Bapak Dr. Purhadi, M.Sc selaku dosen wali, terimakasih atas bimbingan dan arahnya selama saya menuntut ilmu di Program Magister ini.
8. Keponakan (Rizky, Devi, Adrin, Awliya dan Azzam) yang selalu merindukan saya dan menghadirkan tawa. Semangat untuk selalu menjadi yang terbaik bagi kalian akan terus menjadi motivasi bagi saya.
9. Kak Ita, Kak Ridwan dan Kak Erni, terimakasih atas dukungannya dan sudah menjaga dan menemani mama selama saya melanjutkan studi di Surabaya.
10. Sahabat Trio SAE (Gita dan Risya), Sahabat Mangkat Grup (Lela, Sum dan Jo) Temen-temen seperjuangan di Pascasarjana S2 Statistika 2012 (Adhy, Wawan, Yudi, Daru, Deny, Fuad, Nidhom, Mony, Ichan, Yeris, Isti, Anna, Yuli, Arni, Dilla, Yuana, Elok, Ung, Novi San, Novi Ika, Rinda, Mega, Erna, Rina, Ayu, Gusmi, Sharon, Alm.Asih) Teman-teman *Fastrack* 2012 (Gilang, Imam, Wahyu, Elvira, Mike, Dita, Iis, Dinarta, Liya, Dian, Alm. Arum) Teman-teman 2011 (Fathur, Gozali, Gangga, Jamal, Arinda) Temen S2 Kelas BPS 2012 (Yudi), Team Badminton Pasca Statistika terimakasih atas kebersamaannya, badminton ini sungguh menjadi ajang untuk melepas penat dalam kuliah dan pengerjaan TA ini.
11. Temen Kost Gg. Maqam Blok A/3 (Pak Suyitno, Mas Reza, Rusmayadi, Taurif, Ramadansyah, Agung, Rian, Iman dan Yogo), Temen Kost Mojoklangru 152F (Hario, Putut dan Ferta) terimakasih atas kebersamaannya.
12. Pihak-pihak lain yang telah mendukung dan membantu atas terselesaikannya Tugas Akhir ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Besar harapan penulis agar Tugas Akhir ini bermanfaat dan menambah wawasan keilmuan bagi berbagai pihak. Tugas Akhir ini masih belum sempurna, oleh karena itu saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan demi sempurnanya Tugas Akhir ini.

Surabaya, Februari 2016

**Penulis**

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>iii</b>
<b>Kata Pengantar.....</b>	<b>v</b>
<b>DAFTAR ISI.....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL.....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN .....</b>	<b>xiii</b>
 <b>BAB 1 PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Permasalahan .....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Permasalahan .....	6
 <b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 <i>Small Area Estimation</i> .....	7
2.2 Model Level Area.....	8
2.3 Model <i>Hierarchical bayes</i> (HB).....	10
2.4 <i>Markov Chain Monte Carlo</i> (MCMC) .....	11
2.5 <i>Gibbs Sampler</i> .....	12
2.6 Struktur Perkalian Distribusi (SPD) .....	13
2.7 Model Level Area untuk HB .....	14
2.8 <i>Deviance Information Criterion</i> (DIC) .....	16
2.9 Pengeluaran Per Kapita.....	17

### **BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN**

3.1	Sumber Data.....	19
3.2	Variabel Penelitian.....	19
3.3	Langkah-langkah Penelitian.....	20

### **BAB 4 ANALISIS DAN PEMBAHASAN**

4.1	Deskriptif data dan gambaran umum lokasi studi.....	25
4.2	Eksplorasi data Pengeluaran per Kapita tahun 2011.....	26
4.3	Eksplorasi data Variabel Penyerta untuk Pengeluaran per Kapita. ....	28
4.4	Parameter Model SAE Pengeluaran per Kapita Di Kabupaten Bangkalan .....	32
4.5	Perbandingan Estimasi Langsung dan Tidak Langsung.....	33

### **BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN**

5.1	Kesimpulan .....	37
5.2	Saran .....	38

<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>39</b>
-----------------------------	-----------

<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>43</b>
-----------------------	-----------

## DAFTAR GAMBAR

Judul Gambar	Halaman
Gambar 2.1. Contoh Model HB menggunakan WinBUGS .....	14
Gambar 3.1. <i>Directed Acyclic Graph</i> Model HB.....	21
Gambar 3.2. Flow Chart Metode Analisis .....	23
Gambar 4.1. Peta Kabupaten Bangkalan .....	25
Gambar 4.2. Diagram Batang Pengeluaran Per Kapita Masing-Masing Kecamatan.....	26
Gambar 4.3. Boxplot Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan.....	27
Gambar 4.4. Histogram Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan.....	28
Gambar 4.5. Histogram Variabel Penyerta .....	29
Gambar 4.6. <i>Scatterplot</i> Variabel Penyerta dengan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan.....	31
Gambar 4.7. Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Masing-Masing Kecamatan dengan Pendugaan Langsung dan Pendugaan Tak Langsung.....	34



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

## DAFTAR TABEL

Judul Tabel	Halaman
Tabel 3.1. Variabel Penelitian .....	19
Tabel 3.2. Struktur Data Penelitian .....	20
Tabel 4.1. Statistika Deskriptif Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan .....	27
Tabel 4.2. Statistika Deskriptif Variabel Penyerta .....	28
Tabel 4.3. Korelasi Antara Variabel Penyerta dan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan.....	30
Tabel 4.4. Parameter Model SAE Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Dengan HB.....	32
Tabel 4.5. Statistik Deskriptif Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Dengan HB.....	32
Tabel 4.6. Skor DIC Rata-rata Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Antara Pendugaan Langsung dan Pendugaan Tak Langsung.....	35

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

## DAFTAR LAMPIRAN

Judul Lampiran	Halaman
Lampiran 1 Data Variabel Respon.....	43
Lampiran 2 Data Variabel Penyerta.....	44
Lampiran 3 Data Transformasi Variabel Penyerta.....	45
Lampiran 4 Output Hasil SAE HB.....	46
Lampiran 5 Output History data MCMC .....	49
Lampiran 6 Output Trace Plot.....	55
Lampiran 7 Output Hasil ACF.....	57
Lampiran 8 Output Kernel Density.....	59
Lampiran 9 Output DIC .....	61
Lampiran 10 Output hasil Deskriptif Data.....	62
Lampiran 11 Output hasil Regresi .....	63
Lampiran 12 Output Korelasi.....	64
Lampiran 13 Output Scatterplot, Histogram dan Boxplot .....	65
Lampiran 14 Output SPSS .....	67
Lampiran 15 Sintax WinBUGS untuk SAE HB .....	68
Lampiran 16 Sintax WinBUGS untuk Estimasi Langsung.....	69



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang Masalah**

Keberhasilan pencapaian tujuan pembangunan secara umum dapat diukur dari tingkat kemakmuran dan kesejahteraan secara menyeluruh yang meliputi tingkat kemakmuran dan kesejahteraan wilayah maupun ketingkat yang lebih kecil yaitu individu atau rumah tangga. Salah satu indikator ekonomi yang banyak digunakan untuk mengukur tingkat kemakmuran dan kesejahteraan adalah pendapatan perkapita. Dalam kaitan itu, analisis tingkat pendapatan perkapita rumah tangga sangat diperlukan oleh pemerintah dalam rangka perumusan, pelaksanaan dan evaluasi kebijakan untuk pencapaian tujuan pembangunan.

Akan tetapi pengukuran pendapatan rumah tangga secara akurat umumnya sangat sulit terutama untuk negara-negara yang sedang berkembang seperti Indonesia. Pada dasarnya pendapatan dan pengeluaran rumah tangga bukan suatu hal yang sama. Namun hubungan diantaranya sangat kuat sehingga pendekatan pola pengeluaran rumahtangga secara luas banyak digunakan untuk menganalisis pola pendapatan rumah tangga. Selain itu, ukuran pengeluaran lebih dapat dipercaya sebagai indikator pendapatan permanen rumah tangga dibandingkan dengan pendapatan. Hal ini disebabkan karena pengeluaran tidak banyak berfluktuasi dalam waktu yang singkat dibandingkan dengan pendapatan (Akita dan Pirmansyah, 2011).

Pengeluaran perkapita merupakan komponen dalam IPM. Badan Pusat Statistik (BPS) baik pusat maupun provinsi setiap tahun melakukan perhitungan IPM, sehingga menghasilkan IPM per propinsi dan kabupaten/ kota. Sejak pembangunan yang cenderung diarahkan pada pola otonomi daerah, maka hasil-hasil indikator yang sifatnya global (*aggregate*) seperti IPM di tingkat provinsi, atau kabupaten/kota tidak memberi arti yang signifikan, karena pemerintah tidak mengetahui bagaimana sebaran IPM di tingkat kecamatan. Hal ini menyebabkan pemerintah akan mengalami kesulitan dalam menentukan kantong-kantong IPM

rendah yang pada akhirnya akan menyulitkan para perencana dalam meningkatkan pembangunan di daerahnya. Dengan demikian perhitungan IPM harus dihitung secara detail hingga pada tingkat kecamatan, untuk mengetahui kecamatan mana saja yang mempunyai IPM yang tertinggal.

Akan tetapi ketidaktersediaan IPM pada tingkat kecamatan merupakan salah satu pokok permasalahan disebabkan karena terbatasnya informasi (data) untuk perhitungan komponennya, yaitu: Indeks Harapan Hidup, Indeks Pendidikan dan Indeks Standar Hidup Layak pada tingkat kecamatan. Indeks Harapan Hidup diukur dengan angka harapan hidup pada saat bayi lahir, Indeks Pendidikan diukur dari angka melek huruf penduduk dengan usia 15 tahun keatas dan rata-rata lama sekolah, dan Indeks Standar Hidup Layak diukur dengan rata-rata pengeluaran perkapita riil yang disesuaikan. Seringkali sumber data yang digunakan adalah Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) yang tidak semua kecamatan diambil sebagai sampel. Salah satu upaya yang dilakukan yaitu menambah jumlah sampel, namun seringkali biaya cukup mahal. Oleh karena itu untuk mengatasi masalah tersebut yaitu dengan mengoptimalkan data yang tersedia dengan metode *small area estimation* (SAE).

Metode SAE yaitu suatu teknik statistika untuk menduga parameter-parameter subpopulasi dengan ukuran sampel kecil. Metode pendugaan ini memanfaatkan data dari skala besar untuk menduga parameter pada skala yang lebih kecil. Pendugaan sederhana area kecil yang didasarkan pada penerapan model desain penarikan sampel (*design-based*) disebut sebagai pendugaan langsung (*direct estimation*). Pada pendugaan langsung tidak cukup memberikan ketelitian bila ukuran sampel dalam *small area* berukuran kecil, sehingga statistik yang didapat akan memiliki varian yang besar. Tidak menutup kemungkinan pendugaan tidak dapat dilakukan karena tidak terwakili dalam survei (Prasad dan Rao, 1990).

Metode SAE telah diterapkan di beberapa negara seperti yang dilakukan di Bangladesh pada tahun 2004 untuk mendapatkan estimasi lokal tentang kemiskinan dan gizi buruk dengan mengombinasikan antara data Survey Pendapatan dan Pengeluaran Rumah Tangga tahun 2000, Survey Gizi Anak tahun

2000 dengan data Sensus Penduduk tahun 2001. Metode yang digunakan untuk mendapatkan estimasi adalah metode Elbers, Lanjouw dan Lanjouw (ELL). Di Polandia SAE digunakan oleh Kordos dan Kubacki pada tahun 1999 dalam Kordos dan Paradysz (2005) untuk menghitung estimasi kemiskinan dan menyarankan penggunaan data Household Budget Survey (HBS) dan daftar pajak POLTAX dengan menggunakan model Estimasi Bayes. Pada tahun 2005 Ndeng'e dari Kenya membangun peta kemiskinan di Kenya berdasarkan kombinasi informasi dari survei rumah tangga *Welfare Monitoring Survey* pada tahun 1997 dengan Sensus Penduduk 1999. Di Indonesia Kurnia dan Notodiputro pada tahun 2006 melakukan simulasi data untuk mengevaluasi beberapa teknik standar SAE dan menerapkan teknik SAE dengan metode tidak langsung pada data kemiskinan Jawa Barat. Anwar (2007) menggunakan teknik SAE untuk mengonstruksi peta kemiskinan daerah perkotaan dan pedesaan di Kabupaten Kutai Kertanegara dengan menerapkan metode *Kernel Learning*. Kemudian Nuraeni pada tahun 2008 menggunakan Feed-Forward Neural Network untuk SAE pada kasus kemiskinan di Kota Surabaya. Penelitian lain yang menggunakan SAE yaitu Rumiati (2012) yang meneliti tentang SAE dengan penarikan sampel berpeluang tidak sama untuk respon binomial dan multinomial menggunakan *Empirical Bayes* (EB). Penelitian tersebut menduga indeks pendidikan pada level kecamatan.

Data dasar penghitungan pengeluaran per kapita adalah data *count* / jumlah sehingga menurut Rao (2003), metode *Empirical Bayes* (EB) dan metode *Hierarchical Bayes* (HB) dapat diandalkan untuk menangani data cacahan pada *small area estimation*. Metode SAE digunakan dalam penelitian ini karena metode ini dapat mengestimasi sampai tingkat agregasi yang lebih rendah, sehingga metode SAE dianggap paling tepat pada penelitian ini. Dalam penelitian ini menggunakan model berbasis level area, sehingga metode SAE sangat membantu sekali dalam pengestimasian model.

Pendugaan secara langsung (*direct estimation*) pada area kecil akan menghasilkan nilai ragam yang besar jika sampel yang diambil berasal dari survei yang dirancang untuk skala besar/ nasional. Hal ini disebabkan oleh ukuran sampel yang terambil pada area tersebut kecil. Salah satu solusi yang digunakan

adalah melakukan pendugaan tidak langsung dengan cara menambahkan variabel-variabel pendukung dalam menduga parameter. Variabel pendukung tersebut berupa informasi dari area lain yang serupa, survei terdahulu pada area yang sama, atau variabel lain yang berhubungan dengan variabel yang ingin diduga. Hal ini didukung oleh penelitian yang telah dilakukan oleh Fausi pada 2011 yang melakukan estimasi terhadap pengeluaran perkapita di Kabupaten Bangkalan untuk setiap kecamatan dengan membedakan menjadi kelompok daratan dan kepulauan dengan menggunakan metode EB. Penelitian dengan data yang sama juga dilakukan oleh Yamin pada 2013 dengan metode estimasi menggunakan pendekatan *Kernel-Bootstrap*. Dari dua penelitian dengan pendekatan berbeda, dihasilkan dugaan yang lebih presisi menggunakan pendugaan tidak langsung (*indirect estimation*) dibandingkan dengan pendugaan langsung (*direct estimation*) yang di tunjukkan oleh MSE masing-masing.

Metode-metode pendugaan parameter alternatif dalam *SAE* selain *Bayes (EB)* dan *Hierarchical Bayes (HB)* antara lain *Syntetic*, *Empirical Best Linier Unbiased Prediction (EBLUP)*, *Empirical Estimation* (Ghosh dan Rao, 1994). *Synthetic estimates* mengestimasi area kecil dengan asumsi bahwa area kecil mempunyai karakteristik yang sama dengan area besar dimana area besar yang telah diestimasi melalui survei mempunyai penduga yang unbiased (Gonzales, 1973 dalam Ghosh dan Rao, 1994). Metode *EBLUP* merupakan pendugaan parameter yang meminimumkan *Mean Square Error* dengan mensubstitusikan komponen varian yang tidak diketahui dengan penduga varian melalui data sampel. Pada metode *EB*, parameter model diestimasi dari distribusi marginal data kemudian inferensi didasarkan pada distribusi posterior yang diestimasi. Dalam metode *HB*, pendugaan parameter didasarkan pada distribusi posterior dimana parameter diestimasi dengan rata-rata posterior dan presisinya diukur dengan varian posteriornya (Ghosh dan Rao, 1994). Dalam metode *HB* terdapat dua pokok utama yang menjadi dasar pengembangan metode ini, yaitu hirarki kasus dan hirarki model. Hirarki kasus bisa dipastikan berhirarki model, tapi hirarki model belum tentu berhirarki kasus. Pada penelitian ini akan digunakan metode *HB* untuk mengestimasi pengeluaran per kapita perkecamatan di Kabupaten

Bangkalan. Alasan utama menggunakan HB karena terjadi hirarki pada parameter model yang diteliti. Selain itu karena metode HB lebih tepat digunakan pada model *mixed* dengan derajat bebas yang kecil.

### **1.2. Permasalahan**

Berdasarkan latar belakang di atas, maka masalah dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana dugaan parameter model *SAE* dengan pendekatan HB untuk data pengeluaran per kapita penduduk per kecamatan di Kabupaten Bangkalan?
2. Untuk kasus pendugaan pengeluaran per kapita penduduk per kecamatan di Kabupaten Bangkalan, apakah *SAE* dengan pendekatan HB memberikan estimasi yang lebih baik dibandingkan dengan metode pendugaan langsung?

### **1.3. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah yang diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Mengetahui model *SAE* dengan pendekatan HB untuk data pengeluaran per kapita penduduk per kecamatan di Kabupaten Bangkalan.
2. Mengetahui perbandingan metode *SAE* dengan pendekatan HB dengan metode pendugaan langsung menggunakan nilai DIC.

### **1.4. Manfaat Penelitian**

Manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Bagi Peneliti: Dapat mengembangkan wawasan keilmuan dan pengetahuan tentang *SAE* dengan pendekatan HB.
2. Bagi Pemerintah: Dapat memperbaiki dan membantu pemerintah menjelaskan berbagai tujuan kebijakan serta penentuan sasaran kebijakan program yang berkaitan dengan pengeluaran per kapita penduduk per kecamatan di Kabupaten Bangkalan.

### **1.5. Batasan Permasalahan**

Ada beberapa batasan masalah dalam penelitian ini. Pertama, model *SAE* yang dibentuk adalah model berbasis Area. Kedua, Hirarki Bayes pada penelitian ini terjadi pada hirarki modelnya. Ketiga, pemilihan model terbaik menggunakan *Deviance Information Criterion* (DIC).

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

#### **2.1 *Small Area Estimation***

Metode *Small Area Estimation* (SAE) merupakan topik yang sangat penting. Masalah SAE ada dua, pertama adalah pertanyaan mendasar tentang bagaimana untuk menghasilkan perkiraan karakteristik yang dapat dipercaya (*mean*, jumlah, kuantil, dll) untuk area kecil atau domain berdasarkan sampel yang sangat kecil yang diambil dari area tersebut. Pertanyaan terkait kedua adalah bagaimana menduga *mean square error* (MSE). Solusi untuk masalah tersebut adalah dengan “meminjam informasi” dari dalam area, luar area, maupun luar survei (Pfeffermann, 2002).

Pendugaan parameter pada suatu area kecil dapat dilakukan dengan pendugaan secara langsung (*direct estimation*) maupun pendugaan secara tidak langsung (*indirect estimation*). Pendugaan tak langsung SAE merupakan pendugaan dengan cara memanfaatkan informasi variabel lain yang berhubungan dengan parameter yang diamati.

Terdapat dua ide utama yang digunakan untuk mengembangkan model pendugaan parameter *small area*, yaitu:

1. Model pengaruh tetap (*fixed effect model*) dimana asumsi bahwa keragaman di dalam *small area* variabel respon dapat diterangkan seluruhnya oleh hubungan keragaman yang bersesuaian pada informasi tambahan.
2. Pengaruh acak *small area* (*random effect*) dimana asumsi keragaman spesifik *small area* tidak dapat diterangkan oleh informasi tambahan.

Gabungan antara kedua model diatas membentuk model campuran (*mixed model*). Karena variabel respon diasumsikan berdistribusi normal maka pendugaan area kecil yang dikembangkan merupakan bentuk khusus dari *General Linear Mixed Model* (GLMM).

Terdapat dua komponen untuk pendugaan pada SAE yaitu *fixed effect model* dimana asumsi bahwa keragaman di dalam area kecil variabel respon dapat



diterangkan seluruhnya oleh hubungan keragaman yang bersesuaian pada informasi tambahan dan *random effect* dimana asumsi keragaman spesifik small area tidak dapat diterangkan oleh informasi tambahan. Ada dua tipe model pada SAE yakni model berbasis level area dan model berbasis level unit (Rao, 2003).

## 2.2 Model Level Area

Variabel area yang diamati dinotasikan dengan  $y_i$  untuk area ke- $i$  dimana  $i = 1, 2, \dots, m$  dan  $m$  menyatakan total jumlah area. Model berbasis level area mengasumsikan bahwa  $y_i$  berhubungan dengan variabel pelengkap  $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})^T$  melalui model linier berikut

$$y_i = X_i^T \underline{\beta} + b_i \underline{v}_i \quad (2.1)$$

dimana:

$b_i$  = konstanta positif yang diketahui

$\underline{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$  = vektor koefisien regresi berukuran  $p \times 1$

$\underline{v}_i$  = efek random (random effect) area.

$\underline{v}_i$  diasumsikan berdistribusi independen, identik dan berdistribusi normal (iidn) dengan

$$E_m(v_i) = 0, V_m(v_i) = \sigma_v^2 (\geq 0) \quad (2.2)$$

dengan  $E_m$  merupakan ekspektasi dari model dan  $V_m$  adalah varians model. Parameter  $\sigma_v^2$  menunjukkan ukuran homogenitas area setelah perhitungan untuk kovariat  $x_i$ .

Dalam beberapa kasus, tidak semua area terpilih sebagai sampel. Misalkan terdapat  $M$  area dalam populasi, dan dipilih  $m$  area sebagai sampel, maka diasumsikan bahwa persamaan (2.1) dengan  $i = 1, 2, \dots, M$ . diasumsikan bahwa sampel area mengikuti model populasi bahwa bias pada sampel terpilih tidak ada, sehingga persamaan (2.1) dapat digunakan untuk area terpilih, bukan hanya untuk populasi.

Model umum level area juga mengasumsikan bahwa estimasi survei langsung dari variabel  $y_i$  diamati dinotasikan sebagai  $y_i$  diasumsikan bahwa

$$y_i = g(y_i) = \hat{y}_i + e_i, i = 1, 2, \dots, m. \quad (2.3)$$

dimana sampling error  $e_i$  independen dengan

$$E_p(e_i|y_i) = 0, V_p(e_i|y_i) = \sigma_i^2 \quad (2.4)$$

Kombinasi antara dua model (2.1) dan (2.3) akan membentuk persamaan (2.5) yang merupakan model *mixed* linear level area yang dikenal dengan model Fay-Herriot (Fay dan Herriot, 1979).

$$y_i = \mathbf{X}_i^T \underline{\beta} + b_i \underline{v}_i + e_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.5)$$

Varians sampling  $\sigma_i^2$  dalam model umum Fay-Herriot biasanya diasumsikan diketahui, asumsi ini sangat kuat namun tidak praktis untuk beberapa kasus. Secara umum, varians sampling dapat diestimasi secara langsung dari data survey. Akan tetapi, estimasi langsung tidak stabil jika ukuran sampel adalah kecil. You dan Chapman (2006) mengusulkan pendekatan *Hierarchical Bayes* untuk mengatasi estimasi dari  $\sigma_i^2$ .

Berbagai survei umumnya dirancang untuk menduga parameter populasi untuk area yang besar, seperti level nasional, provinsi atau kabupaten/kota dimana pendugaan parameternya didasarkan pada desain sampling. Sehingga jika ingin digunakan untuk pendugaan area kecil, umumnya jumlah sampel kurang/tidak mencukupi. Oleh karena itu dikembangkan metode pendugaan area kecil atau *Small Area Estimation (SAE)* untuk menduga parameter di suatu area dimana jumlah sampelnya berukuran kecil (Rumiati, 2012).

*SAE* merupakan pendugaan tidak langsung (*indirect estimation*) yang bersifat meminjam kekuatan dari pengamatan sampel area yang berdekatan dengan memanfaatkan informasi tambahan yakni dari data sensus atau survei berskala nasional (Rao, 2003). Untuk mengembangkan model pendugaan parameter area kecil terdapat dua ide utama yang digunakan, yaitu pertama asumsi bahwa keragaman di dalam area kecil variabel respon dapat diterangkan seluruhnya oleh hubungan keragaman yang bersesuaian pada informasi tambahan yang disebut model pengaruh tetap (*fixed effect model*). Kedua asumsi keragaman spesifik area kecil tidak dapat diterangkan oleh informasi tambahan yang disebut pengaruh acak area kecil (*random effect*). Gabungan antara kedua model di atas membentuk model campuran (*mixed model*).

Rao (2003) menyatakan bahwa penggunaan model *SAE* ini memberikan beberapa keuntungan yaitu:

1. Diagnostik model dapat digunakan untuk mendeteksi kecocokan dengan data, misalkan menggunakan analisis sisaan.
2. Pengukuran presisi spesifik area dapat diasosiasikan dengan setiap pendugaan setiap area kecil.
3. Model linier campuran dengan pengaruh acak area–spesifik tetap dapat dilakukan, demikian juga untuk struktur data yang cukup kompleks misalkan struktur data time series atau spasial.
4. Pengembangan metode untuk model pengaruh acak dapat dimanfaatkan untuk mencapai akurasi dalam area kecil.

Dengan mengasumsikan bahwa sampel  $s_i$  berukuran  $n_i$  diambil dari populasi di area ke- $i$  berukuran  $N_i$  dimana  $i=1,2,\dots,m$  dan penarikan sampel pada setiap area diambil secara acak sederhana, sehingga model (2.5) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks:

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i \\ \mathbf{y}_i^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_i^* \end{bmatrix} \underline{\beta} + v_i \begin{bmatrix} \mathbf{1}_i \\ \mathbf{1}_i^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_i \\ \mathbf{e}_i^* \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$\mathbf{y}_i^*$  menyatakan unit-unit yang tidak terambil dalam sampel. Jika  $\bar{Y}_i$  adalah rata-rata populasi di area ke- $i$ , maka  $\bar{Y}_i$  dapat ditulis sebagai:

$$\bar{Y}_i = f_i \bar{y}_i + (1 - f_i) \bar{Y}_i^* \quad (2.7)$$

dimana  $f_i = n_i/N_i$  dan  $\bar{y}_i$  adalah rata-rata dari seluruh sampel di area ke- $i$  dan  $\bar{Y}_i^*$  menyatakan rata-rata anggota populasi dari bagian yang tidak terambil sebagai sampel. Dengan demikian untuk *SAE* model level unit dasar, pendugaan parameter area kecil  $\bar{Y}_i$  sama dengan menduga  $\bar{Y}_i^*$  jika data sampel  $\{\mathbf{y}_i\}$  dan  $\{\mathbf{X}_i\}$  tersedia (Rumiati, 2012).

### 2.3 Metode *Hierarchical Bayes* (HB)

Pada pendekatan *Hierarchical Bayes* (HB), subjektif distribusi prior  $f(\lambda)$  dengan parameter model  $\lambda$  ditentukan sehingga distribusi posterior  $f(\mu|y)$  diperoleh untuk parameter small area (random)  $\mu$ , dengan data  $y$  yang diberikan. *Two-stage* model,  $f(y|\mu, \lambda_1)$  dan  $f(\mu|\lambda_2)$  dikombinasikan dengan subjektif prior

pada  $\lambda = (\lambda_1^T, \lambda_2^T)^T$ , menggunakan teorema bayes untuk mencapai posterior  $f(\mu|y)$ . Inferensi didasarkan pada  $f(\mu|y)$ , pada kondisi tertentu parameter dikatakan  $\phi = h(\mu)$  diestimasi oleh posterior mean  $\hat{\phi}^{HB} = E[h(\mu)|y]$  dan posterior varians  $V[h(\mu)|y]$  digunakan sebagai ukuran *precision* dari estimator yang ditentukan.

Dengan menggunakan Teorema Bayes, didapatkan

$$f(\mu, \lambda|y) = \frac{f(y, \mu|\lambda)f(\lambda)}{f_1(y)} \quad (2.8)$$

dimana  $f_1(y)$  adalah densitas marginal dari  $y$ :

$$f_1(y) = \int f(y, \mu|\lambda)f(\lambda)d\mu d\lambda \quad (2.9)$$

Densitas posterior yang diinginkan  $f(\mu|y)$  terbentuk dari

$$f(\mu|y) = \int f(\mu, \lambda|y)d\lambda \quad (2.10)$$

$$= \int f(\mu|y, \lambda)f(\lambda|y)d\lambda \quad (2.11)$$

Persamaan (2.11) menunjukkan bahwa  $f(\mu|y)$  merupakan *mixture* dari densitas bersyarat  $f(\mu|y, \lambda)$ . Perhatikan bahwa  $f(\mu|y, \lambda)$  digunakan untuk inferensia EB. Karena persamaan *mixture* (2.11), HB juga disebut Bayes EB atau *Fully Bayes*.

## 2.4 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Pendekatan numerik *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) digunakan untuk mendapatkan distribusi posterior dari suatu Bayesian yang sangat rumit yang memerlukan suatu proses integrasi yang sulit dalam menentukan marjinal posterior suatu parameter.

MCMC adalah suatu metode simulasi yang merupakan perpaduan antara *Monte Carlo* dengan sifat *Markov Chain* untuk mendapatkan data sampel berdasarkan skenario sampling tertentu. Rantai Markov pada *state space*  $S$  didefinisikan sebagai suatu deret variabel random  $\{\eta^{(k)}\}_{k \geq 0}$ , dimana nilai untuk masing-masing variabel random tersebut berada di dalam *state space*  $S$  dan distribusi dari  $\eta^{(k)}$  dengan diberikan semua nilai sebelumnya dari proses, yaitu  $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}, \dots, \eta^{(k-1)}$ , yang hanya tergantung pada  $\eta^{(k-1)}$ .

## 2.5 Gibbs Sampler

Skenario yang digunakan dalam pengambilan data sampel pada umumnya adalah dengan metode *Gibbs Sampler* (Casella dan George, 1992). *Gibbs Sampler* merupakan generator yang sangat efisien, sehingga sering digunakan sebagai generator variabel random pada analisis data yang menggunakan metode MCMC (Iriawan, 2000a). Casella dan George (1992) mendefinisikan *Gibbs Sampler* sebagai suatu teknik simulasi untuk membangkitkan variabel random dari suatu distribusi tertentu secara tidak langsung, tanpa harus menghitung fungsi densitas dari suatu distribusi data.

Casella dan George (1992), Gamerman (1997) serta Walsh (2002) dalam Wati (2006) menjelaskan cara kerja dari metode ini dengan dimisalkan  $y$  adalah sampel random yang mempunyai distribusi stasioner  $f(\eta|y)$  dimana  $y$  dan  $\eta$  bisa dipartisi menjadi komponen-komponen  $(y_1, y_2, \dots, y_r) \in S_1 \times S_2 \times \dots \times S_r$  dan  $\eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_r)$ .

Proses sampling secara langsung dari  $f(\eta|y) = f(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_r|y)$  tidak dapat dilakukan karena distribusi tersebut sangat kompleks disebabkan banyaknya parameter dalam model. Untuk mempermudah estimasi terhadap setiap parameter dapat dilakukan dengan cara membangkitkan sampel dari distribusi bersyarat penuh setiap parameter  $\eta_j; j = 1, \dots, r$  (terhadap komplemennya  $(\eta_{-j})$  dan data  $y$  yaitu  $f(\eta_1|y, \eta_2, \dots, \eta_r), \dots, f(\eta_r|y, \eta_2, \dots, \eta_{r-1})$ .

Stephens (1997) menunjukkan pengambilan sampel dari suatu distribusi yang *full conditional* dengan Algoritma berikut.

1. Diberikan state:  $\eta^k$  pada waktu  $k=0$ , sehingga

$$\eta^{(0)} = (\eta_1^{(0)}, \eta_2^{(0)}, \dots, \eta_r^{(0)})$$

2. Simulasi nilai untuk  $\eta^{(k+1)}$  dalam  $r$  step sebagai berikut:

step 1: sampling  $\eta_1^{(k+1)}$  dari  $p(\eta_1|y, \eta_2^{(t)}, \dots, \eta_r^{(t)})$

...

step  $r$ : sampling  $\eta_r^{(k+1)}$  dari  $p(\eta_r|y, \eta_1^{(k+1)}, \eta_2^{(k+1)}, \dots, \eta_{r-1}^{(k+1)})$

3. Ulangi langkah 2 di atas hingga  $M$  kali, dimana  $M \rightarrow \infty$

Data yang dibangkitkan dengan menggunakan Algoritma di atas akan membangkitkan pola data yang konvergen dan stasioner.

## 2.6 Struktur Perkalian Distribusi (SPD)

Struktur Perkalian Distribusi (SPD) merupakan suatu metode pemilihan model terbaik. SPD dibentuk distribusi gabungan dari beberapa model dengan menggunakan asas perkalian dan tidak memperhatikan asumsi normalitas pada residualnya (Iriawan, 2000a dan 2000b).

Misalnya terdapat dua model berbeda yang akan dibandingkan untuk memperoleh model yang tepat, yaitu  $f_1(x, \theta_1)$  dan  $f_2(x, \theta_2)$ . Selanjutnya dengan menganggap kedua model tersebut saling independen, maka dibentuk densitas baru yaitu  $f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2)$  dengan cara masing-masing densitas yang akan dibandingkan dipangkatkan dengan parameter  $\lambda$ . Parameter  $\lambda$  digunakan sebagai indikator dominasi model dalam  $f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2)$ , sehingga densitas baru yang dibentuk dari kedua densitas yang akan dibandingkan tersebut dapat dituliskan sebagai berikut

$$f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2) = C(\lambda, \theta_1, \theta_2) f_1^\lambda(x, \theta_1) f_2^{1-\lambda}(x, \theta_2) \quad (2.12)$$

dimana  $C(\lambda, \theta_1, \theta_2)$  adalah konstanta normalitas dengan nilai  $0 < \lambda < 1$ . Karena  $f_1(x, \theta_1)$  dan  $f_2(x, \theta_2)$  merupakan fungsi dari  $x$  maka  $C(\lambda, \theta_1, \theta_2)$  dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut.

$$C(\lambda, \theta_1, \theta_2) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f_1^\lambda(x, \theta_1) f_2^{1-\lambda}(x, \theta_2) dx \right]^{-1} \quad (2.13)$$

Persamaan (2.13) menunjukkan bahwa  $C(\lambda, \theta_1, \theta_2)$  adalah suatu konstanta. Oleh karena itu persamaan (2.12) dapat ditulis dalam bentuk proporsional sebagai berikut.

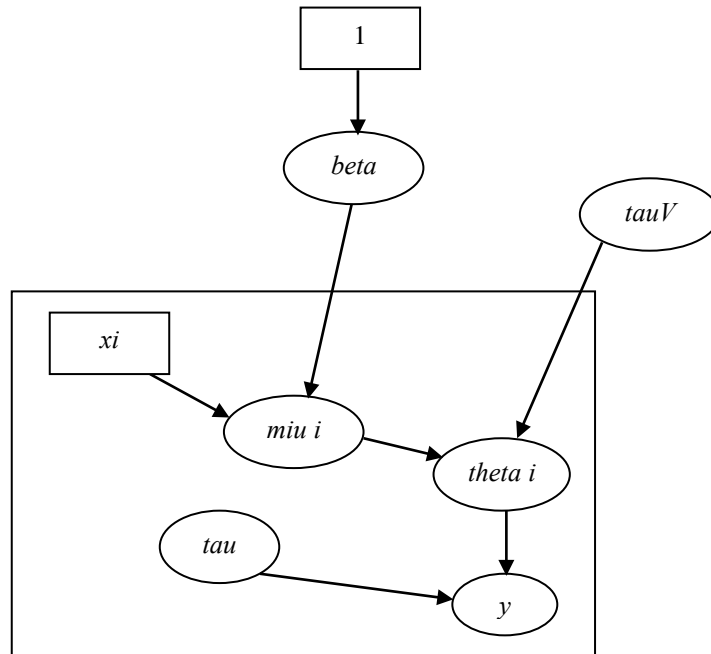
$$f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2) \propto f_1^\lambda(x, \theta_1) f_2^{1-\lambda}(x, \theta_2) \quad (2.14)$$

Kekuatan dominasi model dalam  $f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2)$  ditentukan oleh nilai  $\lambda$ . Jika nilai  $\lambda$  mendekati nol, maka  $f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2)$  akan didominasi oleh  $f_2(x, \theta_2)$ ; sedangkan jika nilai  $\lambda$  mendekati satu, maka  $f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2)$  akan didominasi oleh  $f_1(x, \theta_1)$ ; dan jika  $f_1(x, \theta_1) = f_2(x, \theta_2)$ , maka kekuatan dominasi  $f_1(x, \theta_1)$  dan  $f_2(x, \theta_2)$  terhadap  $f_{SPD}(x, \lambda, \theta_1, \theta_2)$  adalah sama sehingga nilai  $C(\lambda, \theta_1, \theta_2)$  pada persamaan (2.11) sama dengan satu.

## 2.7 Model Level Area untuk HB

Pendekatan HB pada model level area pada persamaan (2.1) diasumsikan bahwa prior distribusi pada parameter model  $(\beta, \sigma_v^2)$ . Untuk kasus dengan  $\sigma_v^2$  diketahui dan diasumsikan ‘flat’ prior untuk  $\beta$  melalui  $f(\beta) \propto 1$ , dan dituliskan kembali sesuai persamaan (2.1) untuk model HB:

- i.  $\hat{y}_i | \theta_i, \beta, \sigma_v^2 \sim N(\theta_i, \tau), i = 1, 2, \dots, m$
  - ii.  $\theta_i | \beta, \sigma_v^2 \sim N(x_i^T \beta, b_i^2 \sigma_v^2), i = 1, 2, \dots, m$
  - iii.  $f(\beta) \propto 1$
- (2.15)



**Gambar 2.1 Contoh Model HB Menggunakan WinBUGS**

Untuk kasus  $\sigma_v^2$  tidak diketahui, persamaan (2.19) menjadi

- i.  $\hat{y}_i | \theta_i, \beta, \sigma_v^2 \sim N(\theta_i, \tau), i = 1, 2, \dots, m$
  - ii.  $\theta_i | \beta, \sigma_v^2 \sim N(x_i^T \beta, b_i^2 \sigma_v^2), i = 1, 2, \dots, m$
  - iii.  $f(\beta, \sigma_v^2) = f(\beta)f(\sigma_v^2) \propto f(\sigma_v^2)$
- (2.16)

dimana  $f(\sigma_v^2)$  merupakan prior untuk  $\sigma_v^2$ .

### 2.7.1 Untuk $\sigma_v^2$ Diketahui

Perhitungan yang mudah menunjukkan bahwa posterior distribusi dari  $y_i$  dengan  $\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_m)^T$  dan  $\sigma_v^2$  dibawah model HB pada persamaan (2.15)

adalah normal dengan mean yang sama dengan pada estimator BLUP  $\tilde{y}_i^H$  dan varians yang sama dengan  $M_{1i}(\sigma_v^2)$  pada persamaan berikut

$$MSE(\tilde{y}_i^H) = E(\tilde{y}_i^H - y_i)^2 = g_{1i}(\sigma_v^2) + g_{2i}(\sigma_v^2)$$

sedangkan estimator HB untuk  $y_i$

$$\tilde{y}_i^{HB}(\sigma_v^2) = E(y_i|\hat{y}, \sigma_v^2) = \tilde{y}_i^H$$

dan posterior varians untuk  $y_i$

$$V(y_i|\hat{y}, \sigma_v^2) = M_{1i}(\sigma_v^2) = MSE(\tilde{y}_i^H)$$

Ketika  $\sigma_v^2$  diasumsikan diketahui dan  $f(\beta) \propto 1$ , pendekatan HB dan BLUP dibawah normalitas menyebabkan identik titik estimasi dan ukuran dari variabilitas.

### 2.7.2 Untuk $\sigma_v^2$ Tidak Diketahui

Pada kasus dimana  $\sigma_v^2$  tidak diketahui, digunakan Gibbs sampling untuk model level area untuk (i) dan (ii) dari persamaan (2.19), asumsikan prior  $\beta$  dan  $\sigma_v^2$  pada persamaan (2.16) dengan distribusi Gamma dengan *shape* parameter  $a$  dan *scale* parameter  $b$ .

$$\sigma_v^{-2} \sim G(a, b), a > 0, b > 0$$

$\sigma_v^2$  didistribusikan invers gamma  $IG(a, b)$  dengan

$$f(\sigma_v^2) \propto \exp\left(\frac{-b}{\sigma_v^2}\right) \left(\frac{1}{\sigma_v^2}\right)^{a+1}$$

Konstanta positif  $a$  dan  $b$  dibuat sangat kecil. *Gibbs conditional* dibuktikan melalui

$$i. \quad [\beta|\theta, \sigma_v^2, \hat{y}] \sim N_p\left[\beta^*, \sigma_v^2(\sum_i \tilde{x}_i \tilde{x}_i^T)^{-1}\right] \quad (2.17)$$

$$ii. \quad [\theta_i|\beta, \sigma_v^2, \hat{y}] \sim N[\hat{y}_i^B(\beta, \sigma_v^2), \gamma_i \gamma_i], i = 1, 2, \dots, m \quad (2.18)$$

$$iii. \quad [\sigma_v^{-2}|\beta, \theta, \hat{y}] \sim G\left[\frac{m}{2} + a, \frac{1}{2}\sum_i (\tilde{y}_i - \tilde{x}_i^T \beta)^2 + b\right], \quad (2.19)$$

dimana

$$\tilde{y}_i = \frac{\theta_i}{b_i}, \tilde{x}_i = \frac{x_i}{b_i}, \beta^* = \left(\sum_i \tilde{x}_i \tilde{x}_i^T\right)^{-1} \left(\sum_i \tilde{x}_i \tilde{y}_i\right)$$

Semua *Gibbs conditional* memiliki *closed form* sehingga sampel MCMC dapat dihasilkan langsung dari *conditional* (i)-(iii).



Mean posterior  $(\theta_i|\mathbf{y})$  dalam pendekatan HB digunakan sebagai estimasi titik dan varians posterior  $V(\theta_i|\mathbf{y})$  sebagai ukuran keragaman. Metode Gibbs sampler (Gelfand dan Smith, 1990) dengan algoritma Metropolis Hasting (Chip dan Greenberg, 1995) dapat digunakan untuk mencari posterior mean dan varians. Definiskan sampel MCMC sebagai  $\{(\beta^{(k)}, \theta^{(k)}, \sigma_v^{2(k)}), k = d + 1, \dots, d + D\}$ .

Dengan menggunakan persamaan (2.22), posterior mean dan varians

$$\hat{y}_i^{HB} = \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} \hat{y}_i^B(\beta^{(k)}, \sigma_v^{2(k)}) = \hat{y}_i^B(.,.)$$

dan

$$\hat{V}(\theta_i|\hat{y}) = \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} g_{1i}(\sigma_v^{2(k)}) + \frac{1}{D-1} \sum_{k=d+1}^{d+D} [\hat{y}_i^B(\beta^{(k)}, \sigma_v^{2(k)}) - \hat{y}_i^B(.,.)]^2$$

Untuk estimator yang lebih efisien dapat diperoleh dari hasil eksplorasi *closed form* dari persamaan (2.17) untuk  $\sigma_v^2$  diketahui

$$\hat{y}_i^{HB} = \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} \hat{y}_i^H(\sigma_v^{2(k)}) = \hat{y}_i^H(.)$$

dan

$$\begin{aligned} \hat{V}(\theta_i|\hat{y}) &= \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} [g_{1i}(\sigma_v^{2(k)}) + g_{2i}(\sigma_v^{2(k)})] \\ &\quad + \frac{1}{D-1} \sum_{k=d+1}^{d+D} [\hat{y}_i^H(\sigma_v^{2(k)}) - \hat{y}_i^H(.)]^2 \end{aligned}$$

## 2.8 Deviance Information Criterion (DIC)

DIC adalah metode perbandingan model atau pemilihan model terbaik pada Bayesian yang dilakukan dengan menggunakan bantuan *software* WinBUGS dan perhitungan dapat dilakukan untuk banyak model. Model dengan nilai DIC terkecil merupakan model pendugaan terbaik dimana replikasi data set sama dengan struktur data observasi. Formula untuk menghitung DIC adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \text{DIC} &= \bar{D} + pD \\ &= \hat{D} + 2pD \end{aligned} \quad (2.20)$$

dengan

$\bar{D}$  = rata-rata posterior dari devians.

$\hat{D}$  = pendugaan titik dari devians yang diperoleh dengan mensubstitusikan pada posterior rata-rata dan  $\bar{p}$ .

$\hat{D}$  =  $-2 \cdot \log(f(y|\bar{p}))$

$pD$  = banyaknya parameter yang signifikan.

$pD$  =  $\bar{D} - \hat{D}$

DIC merupakan salah satu metode bayes dalam pemilihan model sama halnya *Akaike's Information Criterion* (AIC) dalam metode klasik. Nilai yang lebih kecil menunjukkan bahwa model yang dihasilkan lebih baik daripada model lainnya. Pada dasarnya, DIC adalah generalisasi dari *Akaike's Information Criterion* (AIC) dengan model yang lebih rumit, seperti *hierarchical*,  $pD$  adalah turunan dari banyaknya parameter yang digunakan dalam model (Ntzoufras, 2009). Lebih lanjut diperhatikan bahwa DIC digunakan lebih hati-hati karena mengasumsikan posterior mean ukuran pusat yang baik. DIC jangan digunakan jika distribusi posterior memiliki skewed yang tinggi atau bimodal (Spiegelhalter et al., 2002).

## 2.9 Pengeluaran Per kapita

Menurut BPS, pengeluaran rata-rata per kapita sebulan menunjukkan besarnya pengeluaran setiap anggota rumah tangga dalam kurun waktu satu bulan. Sedangkan definisi rumah tangga adalah sekelompok orang yang mendiami sebagian atau seluruh bangunan fisik dan biasanya tinggal bersama serta makan dari satu dapur (BPS 2003). Dalam satu rumah tangga bisa terdiri atas satu, dua, atau lebih kepala keluarga.

Pengeluaran per kapita biasa dirumuskan sebagai berikut:

$$y = \frac{p}{q} \quad (2.21)$$

dimana:

$y$  = pengeluaran per kapita

$p$  = pengeluaran rumah tangga sebulan

$q$  = jumlah anggota rumah tangga

(Fausi, 2011)

## **BAB 3**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1. Sumber Data**

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang dikeluarkan oleh Badan Pusat Statistika (BPS) berupa data mentah dari hasil survei, yaitu Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas). Susenas merupakan survei tahunan yang dilakukan oleh BPS dalam rangka mengumpulkan data yang diperlukan dalam perencanaan pembangunan, diantaranya data pendidikan, kesehatan, konsumsi/ pengeluaran rumah tangga dan sosial ekonomi lainnya.

Untuk variabel respon yaitu data pengeluaran rata-rata perkapita penduduk perkecamatan di Kabupaten Bangkalan diperoleh dari Susenas 2011 dan untuk data variabel penyerta diperoleh dari Kabupaten Bangkalan Dalam Angka 2012 dan Potensi Desa 2012.

#### **3.2 Variabel Penelitian**

Variabel yang dibutuhkan dalam penelitian ini terdiri dari dua yaitu, variabel respon dan variabel penyerta pada Tabel 3.1. Pemilihan variabel penyerta mengacu pada penelitian sebelumnya yaitu Fausi (2011). Tipe data untuk variabel respon dan variabel penyerta yaitu kontinu.

**Tabel 3.1** Variabel penelitian

<b>Variabel</b>	<b>Nama variabel</b>	<b>Sumber Data</b>
Variabel respon		
y	pengeluaran per kapita sebulan masyarakat perkecamatan di Kabupaten Bangkalan	Susenas 2011

**Tabel 3.1** Variabel penelitian (lanjutan)

<b>Variabel</b>	<b>Nama variabel</b>	<b>Sumber Data</b>
Variabel Penyerta		
$x_1$	persentase penduduk bekerja di sektor pertanian	Kabupaten Bangkalan dalam Angka 2012
$x_2$	rata-rata anggota keluarga	Kabupaten Bangkalan dalam Angka 2012
$x_3$	persentase keluarga miskin	Kabupaten Bangkalan dalam Angka 2012
$x_4$	jumlah penduduk yang sedang sekolah	Kabupaten Bangkalan dalam Angka 2012
$x_5$	jumlah penduduk pelanggan listrik PLN	Potensi Desa 2012
$x_6$	kepadatan penduduk	Kabupaten Bangkalan dalam Angka 2012

Berikut adalah struktur data penelitian yang disajikan pada Tabel 3.2. Data dapat dilihat pada Lampiran 2.

**Tabel 3.2** Struktur Data Penelitian

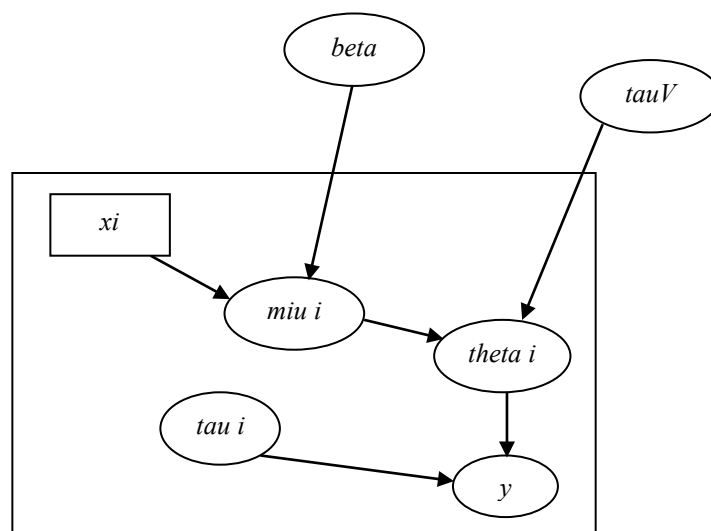
<b>Kecamatan</b>	<b>Y</b>	<b>X<sub>1</sub></b>	<b>X<sub>2</sub></b>	<b>X<sub>3</sub></b>	<b>X<sub>4</sub></b>	<b>X<sub>5</sub></b>	<b>X<sub>6</sub></b>
1	y <sub>1</sub>	x <sub>1,1</sub>	x <sub>2,1</sub>	x <sub>3,1</sub>	x <sub>4,1</sub>	x <sub>5,1</sub>	x <sub>6,1</sub>
2	y <sub>2</sub>	x <sub>1,2</sub>	x <sub>2,2</sub>	x <sub>3,2</sub>	x <sub>4,2</sub>	x <sub>5,2</sub>	x <sub>6,2</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
17	y <sub>17</sub>	x <sub>1,17</sub>	x <sub>2,17</sub>	x <sub>3,17</sub>	x <sub>4,17</sub>	x <sub>5,17</sub>	x <sub>6,17</sub>

### 3.3 Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah yang akan dilakukan untuk mencapai tujuan dalam penelitian ini secara umum adalah sebagai berikut.

1. Mengumpulkan data Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Bangkalan dan data variabel penyerta.
2. Mentransformasi data variabel penyerta untuk menghilangkan efek satuan.

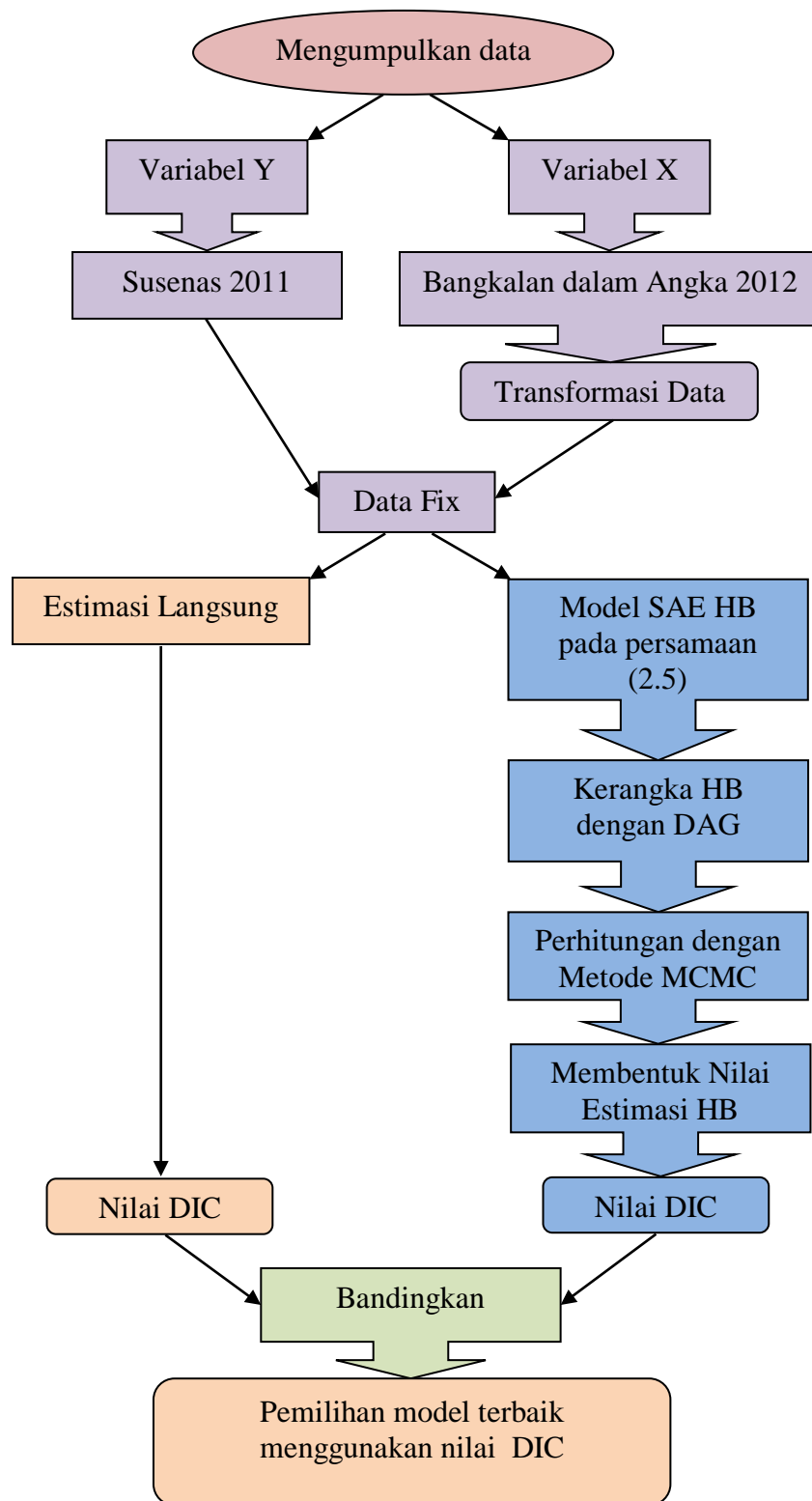
3. Mengeluarkan nilai DIC estimasi langsung pengeluaran perkapita Kabupaten Bangkalan dengan membangkitkan data mengikuti pola sebaran distribusi normal  $(0.0, 1.0E-6)$  dengan WinBUGS.
4. Membentuk kerangka *Hierarchical Bayes* (HB) model *Small Area Estimation* (SAE) dengan model umum level area yaitu model Fay-Herriot. Kerangka model Fay-Herriot telah didefinisikan dalam persamaan (2.5).
5. Melakukan perhitungan menggunakan metode HB sesuai hasil dari langkah 4 dengan bantuan software WinBUGS. Menjelaskan Kerangka HB dalam model grafik atau *Directed Acyclic Graph* (DAG) yang bertujuan untuk memudahkan hubungan antara komponen dalam model.



**Gambar 3.1 DAG Model HB SAE**

6. Membentuk model *SAE* untuk pengeluaran perkapita di Kabupaten Bangkalan dengan menggunakan pendekatan HB serta hasil estimasinya.
7. Melakukan perhitungan menggunakan metode MCMC sesuai langkah 4 dan 5 dengan bantuan software WinBUGS.
8. Membentuk nilai estimasi dari variabel amatan pengeluaran perkapita di Kabupaten Bangkalan. Mean dari posterior merupakan hasil estimasi dari variabel amatan dan varians dari posterior merupakan ukuran keragamannya.

9. Mengeluarkan nilai DIC estimasi HB SAE.
10. Membandingkan hasil dari estimasi langsung dan estimasi HB SAE dari nilai DIC.



**Gambar 3.2** Bagan Langkah-langkah penelitian



(Halaman ini sengaja dikosongkan)

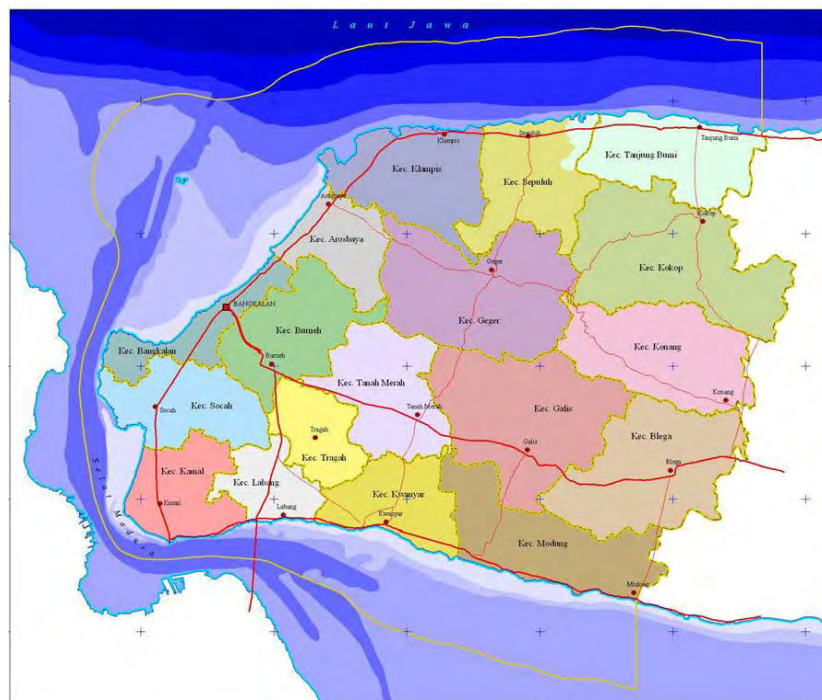
## BAB 4

## ANALISIS DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Deskriptif data dan gambaran umum lokasi studi

Kabupaten Bangkalan dengan luas wilayah 1.260,14 km<sup>2</sup> berada di bagian barat dari pulau Madura terletak diantara koordinat 112°40'06"–113°08'04" Bujur Timur serta 6°51'39"–7°11'39" Lintang Selatan. Sebelah Utara berbatasan dengan laut Jawa. Sebelah Timur berbatasan dengan Wilayah Kabupaten Sampang. Sebelah Selatan dan Barat berbatasan dengan Selat Madura.

Dilihat dari Topografi, maka daerah Kabupaten Bangkalan berada pada ketinggian 2-100m di atas permukaan air laut. Wilayah yang terletak di pesisir pantai, seperti kecamatan Sepulu, Bangkalan, Socah, Kamal, Modung, Kwanyar, Arosbaya, Klampis, Tanjung Bumi, Labang dan Kecamatan Burneh mempunyai ketinggian antara 2-10m diatas permukaan air laut. Sedangkan wilayah yang terletak dibagian tengah mempunyai ketinggian antara 19-100m di atas permukaan air laut, tertinggi adalah kecamatan Geger dengan ketinggian 100m. Secara geografis letak masing-masing kecamatan dapat dilihat pada gambar 4.1.

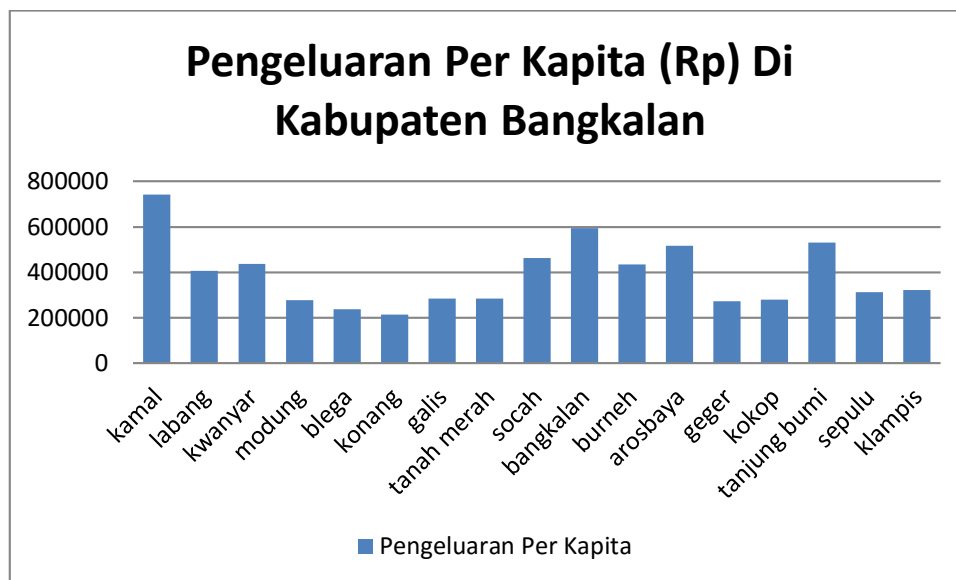


**Gambar 4.1** Peta Kabupaten Bangkalan (sumber: Kotakita.blogspot.com)

Kabupaten Bangkalan terbagi menjadi 18 kecamatan dan 281 desa/kelurahan atau lebih spesifik terdiri dari 273 desa dan 8 kelurahan. Kecamatan dengan jumlah desa terbanyak yakni 23 desa/kelurahan yaitu kecamatan Tanah Merah, sedangkan kecamatan dengan jumlah desa yang paling sedikit yakni 10 desa/kelurahan yaitu Kecamatan Kamal. Berdasarkan Demografi Kabupaten Bangkalan tahun 2011 ,jumlah penduduk Kabupaten Bangkalan sebanyak 1.308.414 jiwa yang terdiri dari 684.431 jiwa penduduk laki-laki (52,31%) dan 623.983 jiwa penduduk perempuan (47,69%).

#### 4.2 Eksplorasi data Pengeluaran Per Kapita tahun 2011

Dari hasil Susenas 2011 dimana data Pengeluaran Per Kapita yang tersedia untuk masing-masing Kecamatan di Kabupaten Bangkalan adalah hanya untuk 17 kecamatan sedangkan untuk 1 kecamatan lainnya yaitu Kecamatan Tragah tidak tersampel.



**Gambar 4.2.** Diagram Batang Pengeluaran Per Kapita Masing-Masing Kecamatan

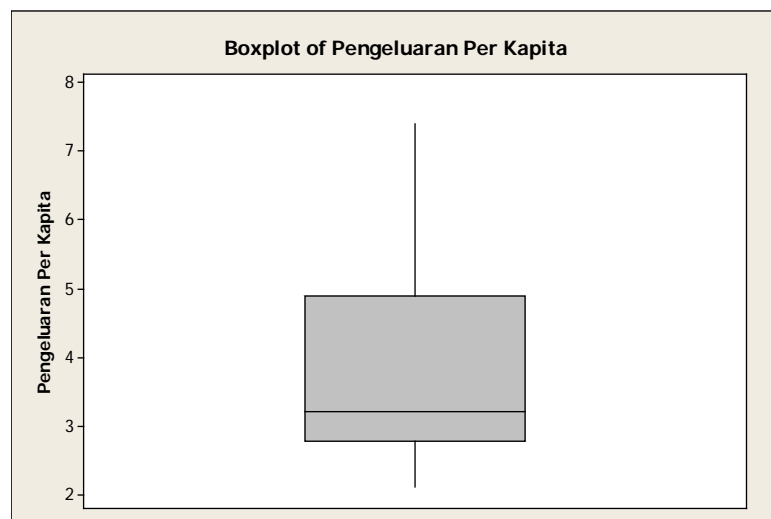
Berdasarkan Gambar 4.2. terlihat bahwa kecamatan dengan Pengeluaran Kapita di Kabupaten Bangkalan tertinggi adalah Kecamatan Kamal sedangkan kecamatan dengan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan terendah adalah Kecamatan Konang. Deskriptif Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan disajikan pada tabel 4.1.

**Tabel 4.1** Statistika Deskriptif Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

Statistik	Pengeluaran Per Kapita (Rp)(x100.000)
Rata-rata	3,8871
Standar Deviasi	1,4502
Variansi	2,103
Jangkauan	1,7871
Minimum	2,1339
Maximum	7,4114
Jumlah Kecamatan	17

Berdasarkan Tabel 4.1, diketahui bahwa rata-rata Pengeluaran Per Kapita penduduk di 17 kecamatan tersurvei di Kabupaten Bangkalan adalah sebesar Rp 388.708,00. Pengeluaran terbesar terjadi di kecamatan Kamal dengan jumlah Pengeluaran Per Kapita Rp 741.149,00 dan kecamatan dengan jumlah pengeluaran terendah yaitu sebesar Rp 213.391,00 adalah kecamatan Konang.

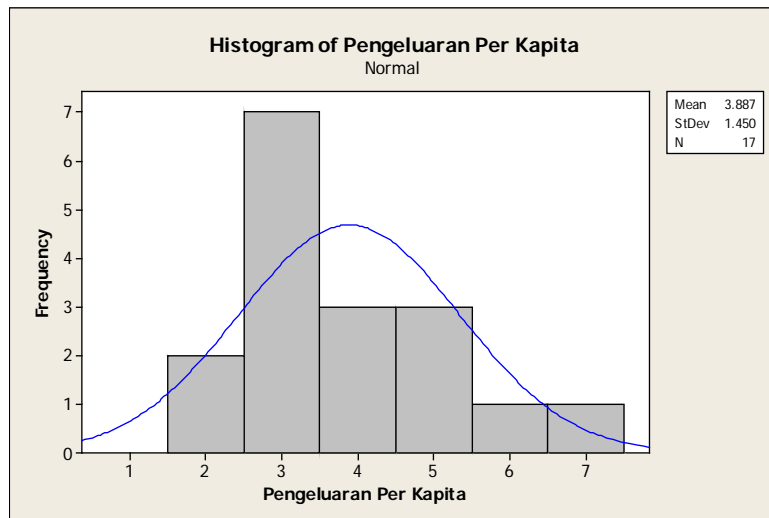
Pada Gambar 4.3 terlihat bahwa Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan lebar pada bagian atas yang berarti persebaran Pengeluaran Per Kapita lebih banyak yang berada di atas rata-rata nilai Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan.



**Gambar 4.3** Boxplot Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

Pada gambar 4.4 menunjukkan distribusi Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan dalam bentuk histogram. Secara visual Bentuk distribusi

dari Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan condong ke sebelah kanan mendekati distribusi normal dengan nilai *skewness* 0,97.



**Gambar 4.4** Histogram Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

### 4.3 Eksplorasi data Variabel Penyerta untuk Pengeluaran Per Kapita

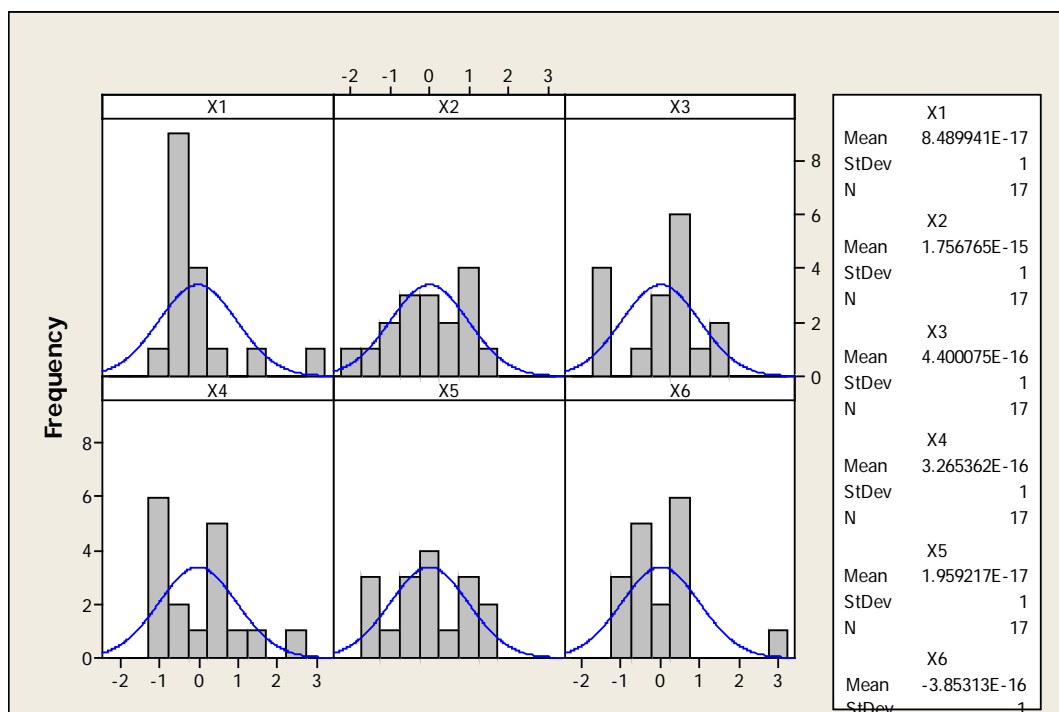
Pendugaan Pengeluaran Per Kapita dilakukan dengan bantuan enam variabel penyerta persentase penduduk bekerja di sektor pertanian ( $X_1$ ), rata-rata anggota keluarga ( $X_2$ ), persentase keluarga miskin ( $X_3$ ), jumlah penduduk yang sedang sekolah ( $X_4$ ), jumlah penduduk pelanggan listrik PLN ( $X_5$ ), dan kepadatan penduduk ( $X_6$ ). Deskriptif variabel penyerta disajikan pada Tabel 4.2.

**Tabel 4.2.** Statistik Deskriptif Variabel Penyerta

Variabel Penyerta	Mean	Standar Deviasi	Minimum	Maximum
( $X_1$ )(%)	0,03601	0,03679	0,00674	0,15293
( $X_2$ )(orang)	4,0049	0,3126	3,4045	4,4706
( $X_3$ )(%)	0,5792	0,2276	0,1880	0,8870
( $X_4$ )(orang)	18.506	4.675	12.837	29.099
( $X_5$ )(orang)	11.704	6.401	1.694	22.254
( $X_6$ )(km <sup>2</sup> )	1.158	485	635	2.690,21

Pada sektor pertanian berdasarkan Tabel 4.2, rata-rata persentase penduduk yang bekerja pada sektor ini ( $X_1$ ) sebesar 0,03601 Hal ini menunjukkan per 1.000 penduduk terdapat 36 penduduk yang bekerja di sektor pertanian. Dimana persentase penduduk bekerja di sektor pertanian terbesar di Kecamatan Socah dengan persentase 15,29% dan terkecil di Kecamatan Bangkalan dengan

persentase 0,67%. Untuk variabel rata-rata anggota keluarga ( $X_2$ ), didapatkan nilai rata-rata sebesar 4,0049 Hal ini menunjukkan per satu rumah tangga terdapat 4 anggota rumah tangga. Dimana rata-rata anggota keluarga terbesar di Kecamatan Galis sebesar 4,4706 dan terkecil di Kecamatan Tanjung Bumi sebesar 3,4045. Variabel persentase keluarga miskin ( $X_3$ ), didapatkan nilai rata-rata sebesar 0,5792. Hal ini menunjukkan per 1.000 keluarga terdapat 579 keluarga miskin. Dimana persentase keluarga miskin terbesar di Kecamatan Kokop dengan persentase 88,7% dan terkecil di Kecamatan Arosbaya dengan persentase 18,8%. Untuk Variabel jumlah penduduk yang sedang sekolah ( $X_4$ ) dan Variabel jumlah penduduk pelanggan listrik PLN ( $X_5$ ), didapatkan nilai rata-rata sebesar 18.506 dan 11.704. Sedangkan Variabel kepadatan penduduk ( $X_6$ ), didapatkan nilai rata-rata sebesar 1.158. Artinya dengan luasan 1 km<sup>2</sup> dihuni oleh 1.158 penduduk. Dimana kepadatan penduduk terbesar di Kecamatan Bangkalan sebesar 2.690,21 dan terkecil di Kecamatan Kokop sebesar 634,74.



**Gambar 4.5** Histogram Variabel Penyerta

Dari Gambar 4.5, bentuk distribusi dari variabel penyerta mendekati distribusi normal, dimana variabel ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) condong ke kiri dengan nilai *skewness* yang dihasilkan bernilai negatif yaitu -0,36 dan -0,58. sedangkan

variabel ( $X_1$ ), ( $X_4$ ), ( $X_5$ ) dan ( $X_6$ ) condong ke kanan dengan nilai *skewness* yang dihasilkan yaitu 2,48.,0,63., 0,04 dan 1,99.

Untuk mengetahui apakah terdapat hubungan linier antara masing-masing variabel penyerta terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan, maka dilakukan pengujian korelasi.

$H_0$ : Tidak ada hubungan linier yang signifikan antara variabel penyerta dengan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

$H_1$ : Ada hubungan linier yang signifikan antara variabel penyerta dengan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

$\alpha = 0,1$

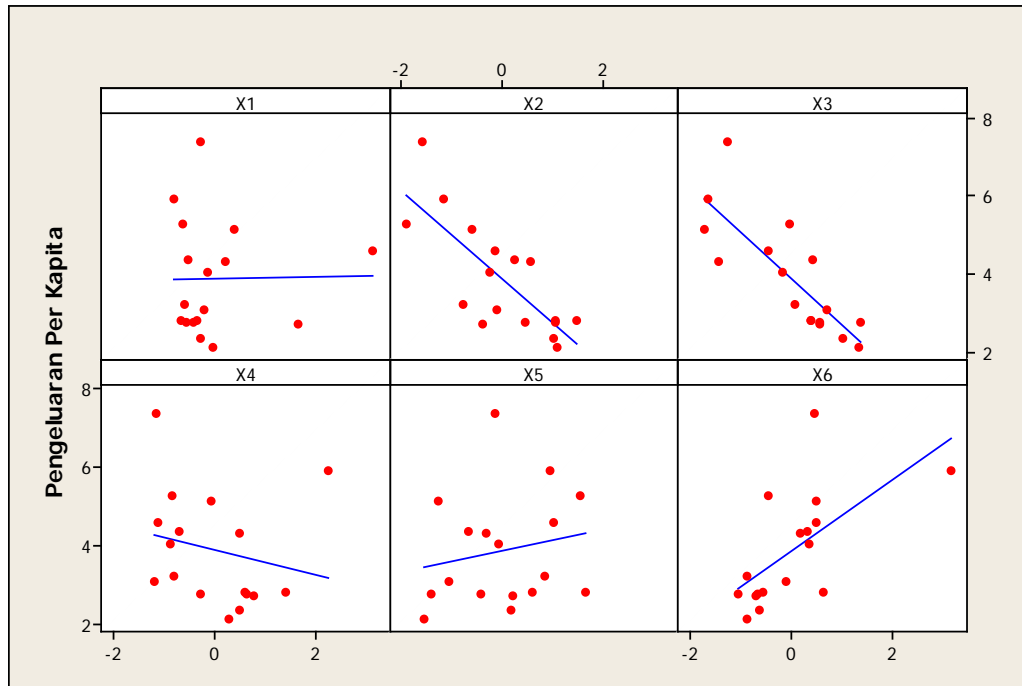
Hasil yang diperoleh dari pengujian korelasi ini disajikan dalam Tabel 4.3.

**Tabel 4.3.** Korelasi Antara Variabel Penyerta dan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

Variabel Penyerta	Korelasi Pearson	P-value
( $X_1$ )	0,020	0,939
( $X_2$ )*	-0,771	0,000
( $X_3$ )*	-0,821	0,000
( $X_4$ )	-0,218	0,400
( $X_5$ )	0,189	0,468
( $X_6$ )*	0,626	0,007

\*) Variabel yang signifikan pada  $\alpha = 0,1$

Berdasarkan Tabel 4.3. terlihat bahwa p-value yang diperoleh bernilai kurang dari  $\alpha = 0,1$  pada variabel ( $X_2$ ), ( $X_3$ ) dan ( $X_6$ ). Hal ini menunjukkan bahwa masing-masing variabel penyerta tersebut memiliki hubungan linier yang signifikan terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan. Jika dilihat dari korelasi pearson yang dihasilkan, variabel ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) memiliki nilai negatif yaitu -0,771 dan -0,821 yang berarti bahwa hubungan antara ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) dengan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan berbanding terbalik, sedangkan hubungan antara ( $X_6$ ) terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan berbanding lurus. Hal ini diperkuat dengan *scatterplot* yang terbentuk pada Gambar 4.6.



**Gambar 4.6.** *Scatterplot* Variabel Penyerta Dengan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan

Gambar 4.6. menunjukkan hubungan yang terbentuk antara masing-masing variabel penyerta terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan. *Scatterplot* ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan dimana garis penghubung kedua variabel berbeda jika dibandingkan dengan garis yang membentuk hubungan antara 4 variabel lainnya terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan. *Scatterplot* ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan berbanding terbalik yang artinya ketika ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) bernilai rendah, maka Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan justru bernilai tinggi. Sebaliknya jika ( $X_2$ ) dan ( $X_3$ ) bernilai tinggi, maka Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan justru bernilai rendah. Sedangkan hubungan antara 4 variabel penyerta lainnya terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan berbanding lurus yang berarti jika masing-masing dari keempat variabel tersebut rendah, maka Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan juga rendah. Begitu pula jika masing-masing dari keempat variabel tersebut tinggi, maka Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan juga bernilai tinggi.



#### 4.4 Model *Small Area Estimation* Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan dengan metode *Hierarchical Bayes*

Pendugaan dilakukan dengan menggunakan bantuan WinBUGS. Seluruh hasil dugaan, posterior, parameter yang lain dan plot-plot yang digunakan untuk mengecek konvergensi dapat dilihat pada Lampiran 3. Plot yang dilihat adalah plot mean posterior, plot density dan plot autokorelasi.

**Tabel 4.4** Parameter Model SAE Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Dengan HB

Parameter	Mean	Standar Deviasi	Interval	
			2.5%	97.5%
$\beta_1$	-0,1481	0,2603	-0,6434	0,3643
$\beta_2$	-0,5694	0,3297	-1,212	0,08114
$\beta_3^*$	-0,7195	0,3205	-1,376	-0,1225
$\beta_4$	-0,339	0,296	-0,9077	0,2239
$\beta_5$	0,001766	0,2717	-0,5151	0,5384
$\beta_6$	0,2731	0,3169	-0,3573	0,879
$\beta_0^*$	3,933	0,2533	3,428	4,435

\*) Parameter yang signifikan

Berdasarkan Tabel 4.4. hasil estimasi menunjukkan bahwa parameter  $\beta_3$  dan  $\beta_0$  yang mampu memberikan pengaruh signifikan. Hal ini ditunjukkan dari selang interval 95% yang dihasilkan untuk parameter  $\beta_3$  dan  $\beta_0$  tidak mengandung nilai nol. Nilai rata-rata untuk  $\beta_3$  adalah -0,7195 dan  $\beta_0$  adalah 3,933.

**Tabel 4.5.** Statistik Deskriptif Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Dengan HB

Statistik	Pengeluaran Per Kapita (Rp)(x100.000)
Rata-rata	3,952
Standar Deviasi	1,442
Minimum	2,067
Maximum	7,303
Jumlah Kecamatan	17

Hasil pendugaan dengan HB pada Tabel 4.5. menghasilkan kesimpulan yaitu Kecamatan Kamal sebagai kecamatan dengan Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan tertinggi yaitu sebesar Rp 730.300,00 sedangkan Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan terendah yaitu Kecamatan Konang sebesar Rp 206.700,00. Secara umum, rata-rata Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan untuk seluruh kecamatan di

Kabupaten Bangkalan melalui pendugaan tak langsung adalah Rp 395.182,00 dengan standar deviasi sebesar 1,442. Standar deviasi yang dihasilkan melalui pendugaan tak langsung lebih kecil sedikit daripada standar deviasi yang dihasilkan melalui pendugaan langsung yang ditunjukkan pada Tabel 4.1 yaitu 1,4502.

Berikut ini merupakan model dari Pengeluaran Per Kapita dengan SAE HB yang dituliskan dalam persamaan :

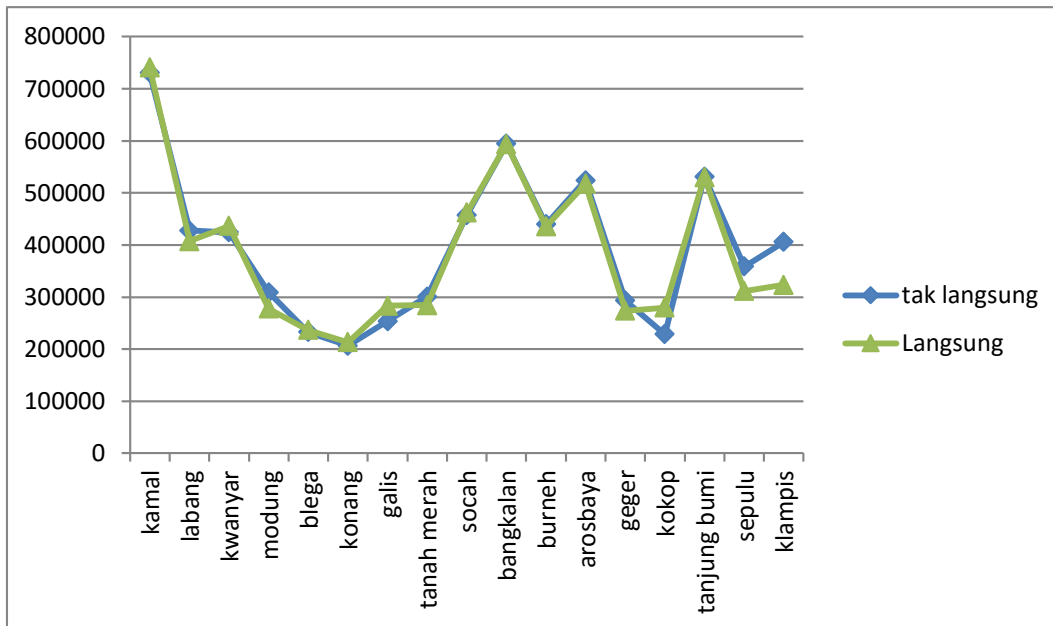
$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + X_1\hat{\beta}_1 + X_2\hat{\beta}_2 + X_3\hat{\beta}_3 + X_4\hat{\beta}_4 + X_5\hat{\beta}_5 + X_6\hat{\beta}_6$$

Dari model di atas dapat diestimasi nilai Pengeluaran Per Kapita untuk kecamatan yang tidak tersampel yaitu kecamatan Tragah. Untuk mengestimasi dengan memasukkan nilai parameter dan Variabel Penyerta dari Kecamatan Tragah pada lampiran 3.

$$\begin{aligned}\widehat{y_{Tragah}} &= 3,933 + (0,25031)(-0,1481) + (0,492622)(-0,5694) \\ &\quad + (-0,09303)(-0,7195) + (-2,0275)(-0,339) \\ &\quad + (-0,98635)(0,001766) + (-0,20704)(0,2731) \\ &= \text{Rp } 431.140,00\end{aligned}$$

#### 4.5 Perbandingan Estimasi Langsung dan Tidak Langsung

Gambar 4.7 menunjukkan diagram perbedaan antara Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan yang dihasilkan melalui pendugaan langsung dan tak langsung.



**Gambar 4.7.** Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Masing-Masing Kecamatan Dengan Pendugaan Langsung dan Pendugaan Tak Langsung

Pada Gambar 4.7, Kedua titik menunjukkan hasil pendugaan langsung dan tak langsung. Pada masing-masing titik memiliki nilai estimasi yang hampir sama. Hanya beberapa Kecamatan yang titiknya tidak menempel yaitu Kecamatan Labang, Modung, Galis, Tanah Merah, Geger, Kokop, Sepulu dan Klampis.

Untuk mengetahui apakah median Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Pendugaan langsung sama dengan pendugaan HB, maka dilakukan pengujian median.

$$H_0: Me_1 = Me_2$$

$$H_1: Me_1 \neq Me_2$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\chi^2_{(\alpha = 0,05;1)} = 3,84$$

Tolak  $H_0$  jika  $P\text{-value} < \alpha$  dan  $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{tabel}$ .

Nilai  $P\text{-value} = 0,385$

Berdasarkan output pengujian median pada lampiran 14, p-value yang diperoleh bernilai lebih besar dari  $\frac{1}{2} \alpha = 0,025$ . Hal ini menunjukkan bahwa gagal tolak  $H_0$  yang berarti Median Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Pendugaan langsung sama dengan pendugaan HB. Hal ini diperkuat dari nilai

$\chi^2_{hitung}$  sebesar 0,118 lebih kecil dari  $\chi^2_{tabel}$  sebesar 3,84 yang berarti bahwa Median Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Pendugaan langsung sama dengan pendugaan HB.

Untuk menentukan model terbaik dari kedua pendugaan, dilakukan dengan membandingkan nilai *Deviance Information Criterion* (DIC). DIC merupakan salah satu metode bayes dalam pemilihan model sama halnya *Akaike's Information Criterion* (AIC) dalam metode klasik. Nilai yang lebih kecil menunjukkan bahwa model yang dihasilkan lebih baik daripada model lainnya. Table 4.6 menunjukkan nilai DIC dari kedua pendugaan.

**Tabel 4.6.** Skor DIC Rata-rata Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan Antara Pendugaan Langsung dan Pendugaan Tak Langsung

Metode	Rata-rata (Rp)(x100.000)	DIC
Pendugaan Langsung	3,8871	72,043
Pendugaan Tak Langsung dengan HB	3,952	46,656

Tabel 4.6. menunjukkan rata-rata pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan dan nilai DIC menggunakan pendugaan langsung dan pendugaan tak langsung. Pendugaan langsung Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan memiliki rata-rata sebesar Rp 388.710,00, sedangkan rata-rata Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan dengan pendugaan tak langsung adalah Rp 395.200,00. Rata-rata hasil kedua pendugaan tidak menghasilkan perbedaan yang signifikan, namun nilai DIC kedua pendugaan menunjukkan bahwa pendugaan dengan menggunakan HB menghasilkan nilai DIC yang lebih kecil yaitu sebesar 46,656 daripada pendugaan langsung sebesar 72,043. Maka dapat disimpulkan model pendugaan tak langsung menggunakan HB lebih baik dari pendugaan langsung.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

1. Pada hasil estimasi HB menunjukkan bahwa parameter  $\beta_3$  dan  $\beta_0$  yang mampu memberikan pengaruh signifikan. Hal ini ditunjukkan dari selang interval 95% yang dihasilkan untuk parameter  $\beta_3$  dan  $\beta_0$  tidak mengandung nilai nol. Nilai rata-rata untuk  $\beta_3$  adalah -0,7195 dan  $\beta_0$  adalah 3,933. Hasil pendugaan dengan HB pada Tabel 4.5. menghasilkan kesimpulan yaitu Kecamatan Kamal sebagai kecamatan dengan Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan tertinggi yaitu sebesar Rp 730.300,00 sedangkan Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan terendah yaitu Kecamatan Konang sebesar Rp 206.700,00. Secara umum, rata-rata Pendugaan Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Bangkalan untuk seluruh kecamatan di Kabupaten Bangkalan melalui pendugaan tak langsung adalah Rp 395.182,00 dengan standar deviasi sebesar 1,442. Berikut ini merupakan model dari Pengeluaran Per Kapita dengan SAE HB yang dituliskan dalam persamaan :

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + X_1\hat{\beta}_1 + X_2\hat{\beta}_2 + X_3\hat{\beta}_3 + X_4\hat{\beta}_4 + X_5\hat{\beta}_5 + X_6\hat{\beta}_6$$

Dari model di atas dapat diestimasi nilai Pengeluaran Per Kapita untuk kecamatan yang tidak tersampel yaitu kecamatan Tragah.

$$\begin{aligned}\widehat{y_{Tragah}} &= 3,933 + (0,25031)(-0,1481) + (0,492622)(-0,5694) \\ &\quad + (-0,09303)(-0,7195) + (-2,0275)(-0,339) \\ &\quad + (-0,98635)(0,001766) + (-0,20704)(0,2731) \\ &= \text{Rp } 431.140,00\end{aligned}$$

2. Untuk menentukan model terbaik dari kedua pendugaan, dilakukan dengan membandingkan nilai *Deviance Information Criterion* (DIC). Pendugaan langsung Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Bangkalan memiliki rata-rata sebesar 3,8871, sedangkan rata-rata Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Bangkalan dengan pendugaan tak langsung adalah 3,952. Rata-rata hasil kedua pendugaan tidak menghasilkan perbedaan yang signifikan, namun nilai DIC kedua pendugaan menunjukkan bahwa pendugaan dengan menggunakan HB menghasilkan nilai DIC yang lebih kecil yaitu sebesar 46,656 sedangkan pendugaan langsung sebesar 72,043. Maka dapat disimpulkan model pendugaan tak langsung menggunakan HB lebih baik dari pendugaan langsung.

## 5.2 Saran

Dalam penelitian ini masih banyak permasalahan yang perlu dikaji secara mendalam, oleh karena itu penulis memberikan saran sebagai berikut:

Pemilihan variabel penyerta yang akan digunakan untuk proses pendugaan tidak langsung sebaiknya diperbanyak. Hal ini untuk mengantisipasi tidak adanya korelasi antara variabel pengamatan dengan variabel yang ingin diduga. Selain itu, dimaksudkan agar terdapat informasi yang masuk pada pembentukan model untuk pendugaan tidak langsung pada saat terdapat variabel penyerta yang berpengaruh terhadap variabel yang ingin diduga. Jumlah variabel penyerta yang signifikan dalam model mempengaruhi nilai pendugaan dan kebaikan dari model yang dihasilkan.

## Lampiran 1

### Data Variabel Respon

No	Kecamatan	Jumlah Sampel	Pengeluaran Per Kapita	Di
1	Kamal	36	741149.0565	0.029369
2	Labang	60	407123.8026	0.021063
3	Kwanyar	18	436711.2057	0.051935
4	Modung	18	277649.1519	0.027481
5	Blega	10	236621.87	0.037923
6	Konang	29	213391.766	0.048293
7	Galis	106	283489.6574	0.045777
8	Tanah Merah	20	284453.8837	0.053314
9	Socah	49	461995.7978	0.035415
10	Bangkalan	82	593763.7176	0.049071
11	Burneh	28	435628.7207	0.022516
12	Arosbaya	37	517474.4406	0.059438
13	Geger	49	273622.1119	0.203078
14	Kokop	39	279957.5085	0.061589
15	Tanjung Bumi	57	530138.8065	0.034017
16	Sepulu	28	311733.8451	0.027349
17	Klampis	48	323146.3511	0.035437



**Lampiran 2****Data Variabel penyerta**

No	Kecamatan	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>
1	Kamal	0.025624	3.509804	0.289	13049	10861	1370.6
2	Labang	0.030826	3.925027	0.539	14417	11226	1331.48
3	Kwanyar	0.017277	4.076692	0.676	15213	7443	1307.51
4	Modung	0.02052	4.143981	0.709	17216	8871	822.64
5	Blega	0.025985	4.324451	0.813	20858	12725	846.21
6	Konang	0.034446	4.345353	0.882	19796	1694	728.19
7	Galis	0.022979	4.470598	0.666	25180	22254	887.26
8	Tanah Merah	0.010985	4.337304	0.663	21437	15592	1465.93
9	Socah	0.152933	3.962188	0.473	13284	18189	1395.97
10	Bangkalan	0.00674	3.644385	0.201	29099	17671	2690.21
11	Burneh	0.043902	4.182547	0.246	20870	9524	1238.5
12	Arosbaya	0.051083	3.819388	0.188	18221	3583	1396.51
13	Geger	0.097303	3.877763	0.709	22231	13072	812.44
14	Kokop	0.015134	4.332049	0.887	21585	2717	634.74
15	Tanjung Bumi	0.013375	3.404517	0.571	14618	21484	928.66
16	Sepulu	0.028411	3.964682	0.74	12837	4977	1109.02
17	Klampis	0.014715	3.762324	0.594	14685	17085	720.72
18	Tragah	0.045223	4.158867	0.558	9027	5390	1057.57

**Keterangan:**

- x<sub>1</sub> = persentase penduduk bekerja di sektor pertanian
- x<sub>2</sub> = rata-rata anggota keluarga
- x<sub>3</sub> = persentase keluarga miskin
- x<sub>4</sub> = jumlah penduduk yang sedang sekolah
- x<sub>5</sub> = jumlah penduduk pelanggan listrik PLN
- x<sub>6</sub> = kepadatan penduduk

### Lampiran 3

#### Data Transformasi Variabel penyerta

No	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	-0.28239	-1.58387	-1.27476	-1.16719	-0.13169	0.438065
2	-0.141	-0.25548	-0.1765	-0.87457	-0.07467	0.357445
3	-0.50928	0.229726	0.425351	-0.7043	-0.66564	0.308046
4	-0.42114	0.444996	0.570322	-0.27586	-0.44256	-0.6912
5	-0.27258	1.022359	1.027199	0.503172	0.159497	-0.64262
6	-0.04262	1.08923	1.33032	0.276009	-1.56373	-0.88585
7	-0.3543	1.489916	0.38142	1.427656	1.648086	-0.55803
8	-0.6803	1.063478	0.368241	0.627022	0.60737	0.634526
9	3.177868	-0.1366	-0.46644	-1.11692	1.013065	0.490349
10	-0.79566	-1.15332	-1.66135	2.265937	0.932145	3.157585
11	0.214386	0.568379	-1.46366	0.505739	-0.34055	0.165827
12	0.409571	-0.59345	-1.71846	-0.06089	-1.26864	0.491462
13	1.66584	-0.40669	0.570322	0.79686	0.213704	-0.71222
14	-0.56751	1.046667	1.352285	0.658679	-1.40392	-1.07843
15	-0.61534	-1.92071	-0.03592	-0.83157	1.527799	-0.47271
16	-0.20664	-0.12862	0.706506	-1.21253	-1.05087	-0.10101
17	-0.57891	-0.77601	0.065121	-0.81724	0.840602	-0.90124
18	0.25031	0.492622	-0.09303	-2.0275	-0.98635	-0.20704

#### Keterangan:

- x<sub>1</sub> = persentase penduduk bekerja di sektor pertanian
- x<sub>2</sub> = rata-rata anggota keluarga
- x<sub>3</sub> = persentase keluarga miskin
- x<sub>4</sub> = jumlah penduduk yang sedang sekolah
- x<sub>5</sub> = jumlah penduduk pelanggan listrik PLN
- x<sub>6</sub> = kepadatan penduduk

## Lampiran 4

### Output parameter dan hasil SAE HB

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%	start	sample
beta[1]	-0.1481	0.2603	0.006447	-0.6434	-0.1496	0.3643	501	1990
beta[2]	-0.5694	0.3297	0.008706	-1.212	-0.5723	0.08114	501	1990
beta[3]	-0.7195	0.3205	0.006707	-1.376	-0.7198	-0.1225	501	1990
beta[4]	-0.339	0.296	0.007827	-0.9077	-0.3293	0.2239	501	1990
beta[5]	0.001766	0.2717	0.007133	-0.5151	-0.003299	0.5384	501	1990
beta[6]	0.2731	0.3169	0.007887	-0.3573	0.2714	0.879	501	1990
beta0	3.933	0.2533	0.005098	3.428	3.939	4.435	501	1990
p.res[1]	0.5042	0.01196	2.51E-04	0.4823	0.5037	0.5307	501	1990
p.res[2]	0.4552	0.1305	0.002693	0.211	0.4516	0.7222	501	1990
p.res[3]	0.5149	0.06189	0.001284	0.3812	0.5154	0.6422	501	1990
p.res[4]	0.3742	0.338	0.00696	2.54E-05	0.2818	0.9966	501	1990
p.res[5]	0.5171	0.4395	0.01057	0	0.5655	1	501	1990
p.res[6]	0.5254	0.4129	0.008406	8.65E-08	0.5846	1	501	1990
p.res[7]	0.5858	0.236	0.004861	0.1225	0.6093	0.9609	501	1990
p.res[8]	0.4425	0.2833	0.006994	0.01115	0.4223	0.9657	501	1990
p.res[9]	0.5055	0.06211	0.001242	0.3814	0.5068	0.6323	501	1990
p.res[10]	0.4999	0.004473	9.63E-05	0.4909	0.4998	0.5091	501	1990
p.res[11]	0.4948	0.0777	0.002013	0.3359	0.4941	0.6414	501	1990
p.res[12]	0.4957	0.02537	6.68E-04	0.4435	0.496	0.5467	501	1990
p.res[13]	0.4286	0.3598	0.008456	4.96E-05	0.3701	0.9993	501	1990
p.res[14]	0.6753	0.2693	0.006691	0.07691	0.7374	0.9984	501	1990
p.res[15]	0.4965	0.2179	0.004044	0.09826	0.494	0.9138	501	1990
p.res[16]	0.332	0.2793	0.006881	0.001363	0.267	0.9426	501	1990
p.res[17]	0.2174	0.2745	0.005812	2.14E-06	0.0848	0.9109	501	1990
ppost[1]	0.4151	0.4927	0.01091	0	0	1	501	1990
ppost[2]	0.5975	0.4904	0.01158	0	1	1	501	1990
ppost[3]	0.4271	0.4947	0.01112	0	0	1	501	1990
ppost[4]	0.5779	0.4939	0.01142	0	1	1	501	1990
ppost[5]	0.4925	0.4999	0.01217	0	0	1	501	1990
ppost[6]	0.4844	0.4998	0.01115	0	0	1	501	1990
ppost[7]	0.399	0.4897	0.009035	0	0	1	501	1990
ppost[8]	0.5432	0.4981	0.01235	0	1	1	501	1990
ppost[9]	0.4734	0.4993	0.0122	0	0	1	501	1990
ppost[10]	0.5055	0.5	0.009483	0	1	1	501	1990
ppost[11]	0.5261	0.4993	0.01147	0	1	1	501	1990
ppost[12]	0.5603	0.4964	0.01165	0	1	1	501	1990
ppost[13]	0.5497	0.4975	0.01161	0	1	1	501	1990
ppost[14]	0.3608	0.4802	0.01195	0	0	1	501	1990

**Lampiran 4 (lanjutan)**  
**Output parameter dan hasil SAE HB**

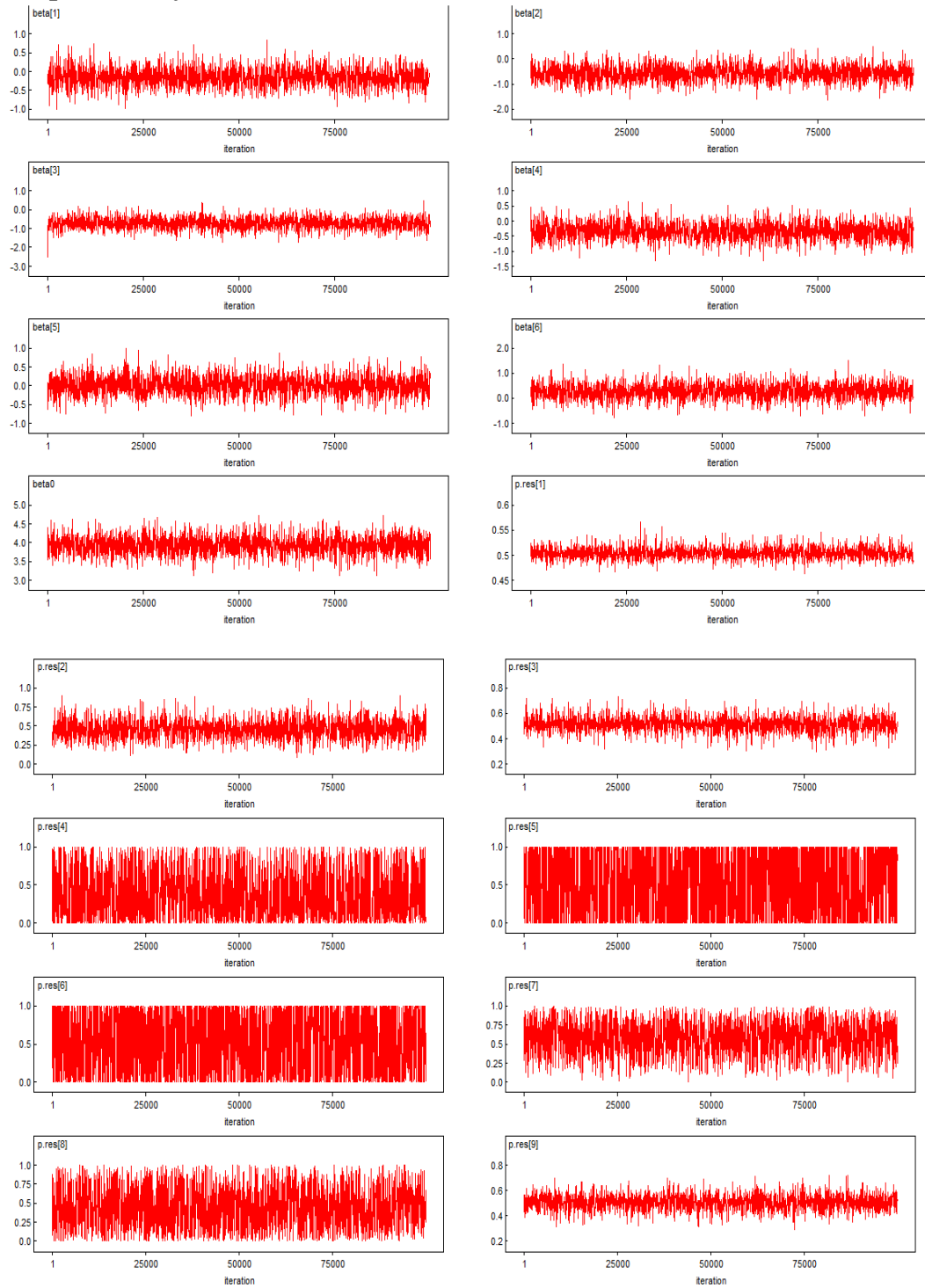
ppost[15]	0.4965	0.5	0.01035	0	0	1	501	1990
ppost[16]	0.6312	0.4825	0.01126	0	1	1	501	1990
ppost[17]	0.6905	0.4623	0.0116	0	1	1	501	1990
res[1]	0.1081	0.2976	0.006303	-0.45	0.1084	0.7021	501	1990
res[2]	-0.2072	0.6056	0.0121	-1.338	-0.219	1.02	501	1990
res[3]	0.1232	0.4866	0.009506	-0.8814	0.142	1.078	501	1990
res[4]	-0.3148	0.8262	0.01569	-1.941	-0.3218	1.345	501	1990
res[5]	0.03722	0.9537	0.02043	-1.845	0.0383	1.873	501	1990
res[6]	0.06734	0.9687	0.01972	-1.846	0.08505	1.946	501	1990
res[7]	0.296	0.7982	0.01758	-1.208	0.3029	1.913	501	1990
res[8]	-0.1639	0.783	0.01829	-1.673	-0.1588	1.391	501	1990
res[9]	0.04811	0.5163	0.01031	-0.9657	0.05707	1.035	501	1990
res[10]	-0.004256	0.2188	0.004817	-0.4352	-0.01151	0.4368	501	1990
res[11]	-0.03777	0.5253	0.0136	-1.086	-0.04159	0.9422	501	1990
res[12]	-0.06577	0.3768	0.009914	-0.8159	-0.0657	0.6645	501	1990
res[13]	-0.197	0.9346	0.02319	-2.005	-0.1808	1.648	501	1990
res[14]	0.515	0.8144	0.01973	-1.085	0.5069	2.11	501	1990
res[15]	-0.01021	0.7523	0.01407	-1.462	-0.01769	1.533	501	1990
res[16]	-0.4682	0.8016	0.02085	-1.942	-0.4926	1.137	501	1990
res[17]	-0.8269	0.861	0.0199	-2.512	-0.8484	0.8121	501	1990
tau[1]	10.85	1.912	0.04126	7.803	10.66	15.17	501	1990
tau[2]	1.802	0.2408	0.004155	1.395	1.784	2.327	501	1990
tau[3]	3.524	0.909	0.01848	2.193	3.373	5.726	501	1990
tau[4]	0.551	0.1418	0.003009	0.3368	0.5282	0.8823	501	1990
tau[5]	0.2487	0.09523	0.002315	0.1249	0.2289	0.4662	501	1990
tau[6]	0.3713	0.072	0.001456	0.2579	0.3637	0.5319	501	1990
tau[7]	1.092	0.1059	0.002722	0.911	1.086	1.316	501	1990
tau[8]	0.827	0.1928	0.00399	0.5345	0.7961	1.3	501	1990
tau[9]	3.445	0.5146	0.01223	2.575	3.399	4.621	501	1990
tau[10]	20.13	2.306	0.06491	16.07	19.89	25.12	501	1990
tau[11]	2.874	0.583	0.01278	1.957	2.796	4.274	501	1990
tau[12]	6.342	1.089	0.02047	4.531	6.234	8.804	501	1990
tau[13]	0.5551	0.08279	0.001714	0.4088	0.5491	0.7364	501	1990
tau[14]	0.793	0.1322	0.003053	0.5802	0.7801	1.111	501	1990
tau[15]	1.191	0.1668	0.005016	0.9114	1.176	1.544	501	1990
tau[16]	0.7637	0.1557	0.00351	0.5208	0.7429	1.125	501	1990
tau[17]	0.6021	0.08924	0.00186	0.452	0.5934	0.8041	501	1990
tauV	1.196	0.3237	0.006447	0.6578	1.164	1.907	501	1990
theta[1]	7.303	0.2976	0.006303	6.709	7.303	7.862	501	1990

**Lampiran 4 (lanjutan)****Output parameter dan hasil SAE HB**

theta[2]	4.278	0.6056	0.0121	3.051	4.291	5.409	501	1990
theta[3]	4.244	0.4866	0.009506	3.289	4.226	5.248	501	1990
theta[4]	3.091	0.8262	0.01569	1.431	3.1	4.718	501	1990
theta[5]	2.329	0.9537	0.02043	0.493	2.328	4.211	501	1990
theta[6]	2.067	0.9687	0.01972	0.1879	2.051	3.98	501	1990
theta[7]	2.539	0.7982	0.01758	0.9221	2.532	4.043	501	1990
theta[8]	3.008	0.783	0.01829	1.454	3.005	4.518	501	1990
theta[9]	4.572	0.5163	0.01031	3.585	4.564	5.586	501	1990
theta[10]	5.942	0.2188	0.004817	5.501	5.95	6.373	501	1990
theta[11]	4.394	0.5253	0.0136	3.414	4.398	5.443	501	1990
theta[12]	5.241	0.3768	0.009914	4.51	5.241	5.991	501	1990
theta[13]	2.933	0.9346	0.02319	1.088	2.919	4.742	501	1990
theta[14]	2.285	0.8144	0.01973	0.6894	2.294	3.884	501	1990
theta[15]	5.312	0.7523	0.01407	3.768	5.319	6.763	501	1990
theta[16]	3.585	0.8016	0.02085	1.98	3.613	5.059	501	1990
theta[17]	4.058	0.861	0.0199	2.419	4.082	5.744	501	1990

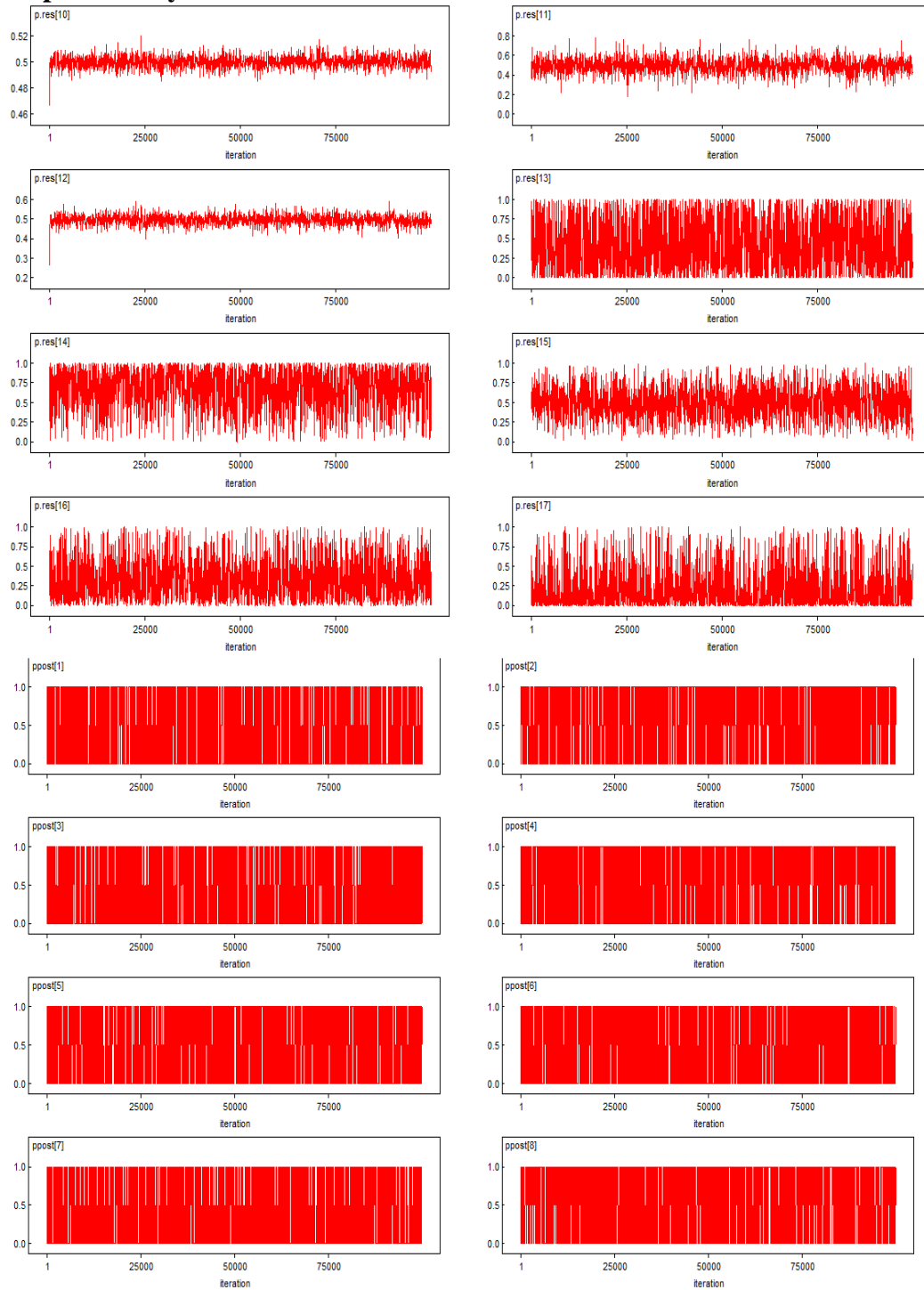
## Lampiran 5

### Output History Data MCMC



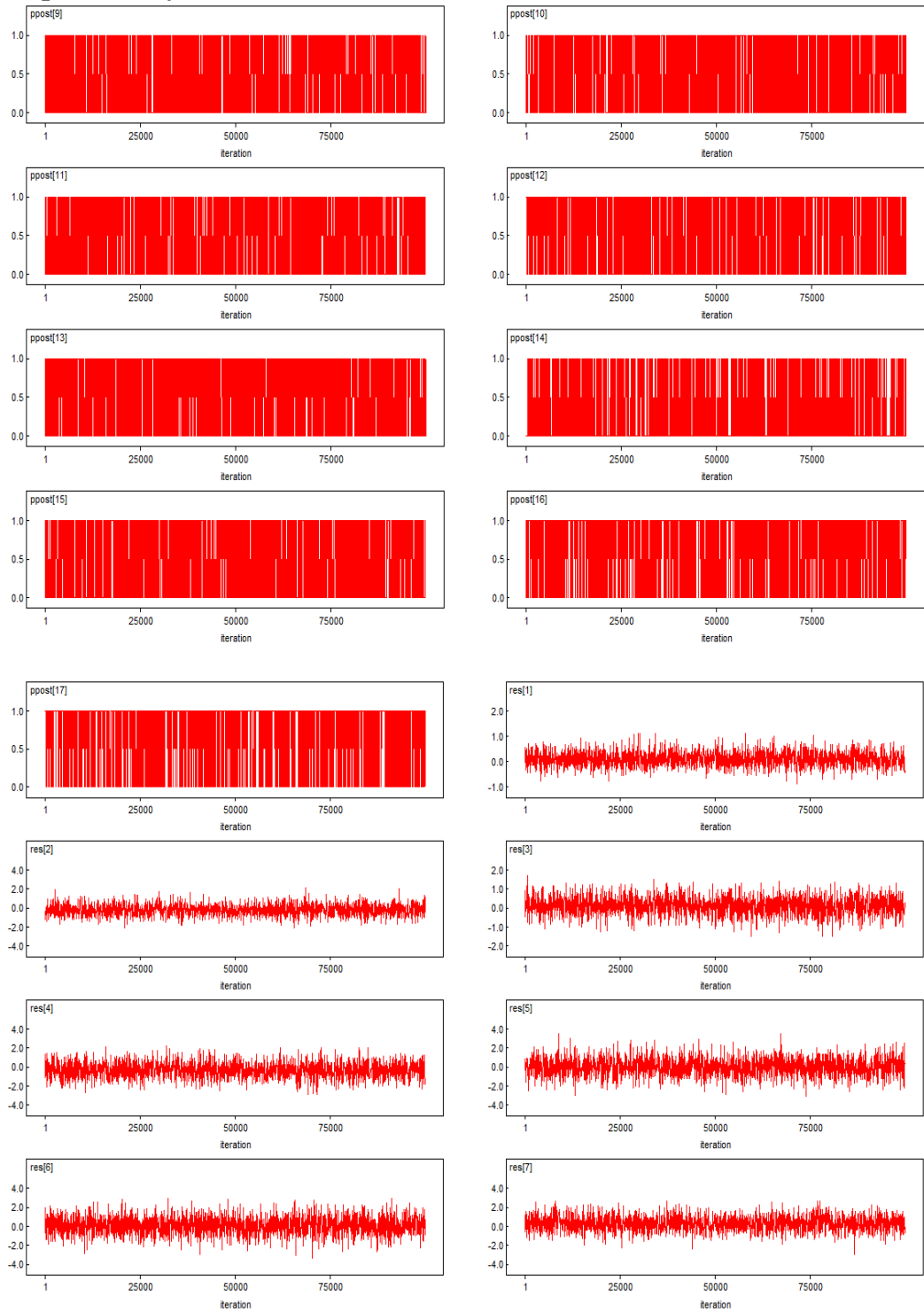
## Lampiran 5 (lanjutan)

### Output History Data MCMC



## Lampiran 5 (lanjutan)

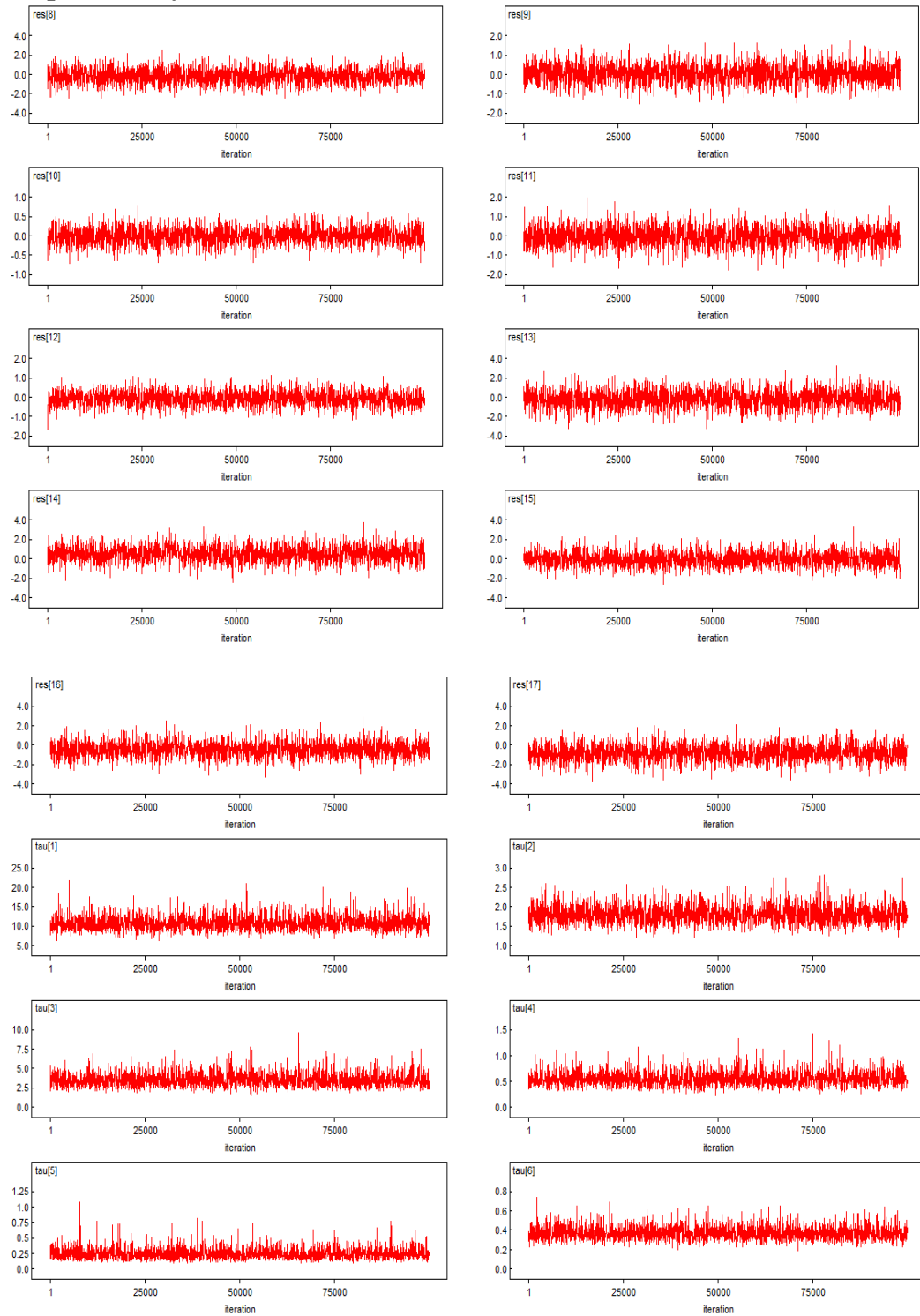
### Output History Data MCMC





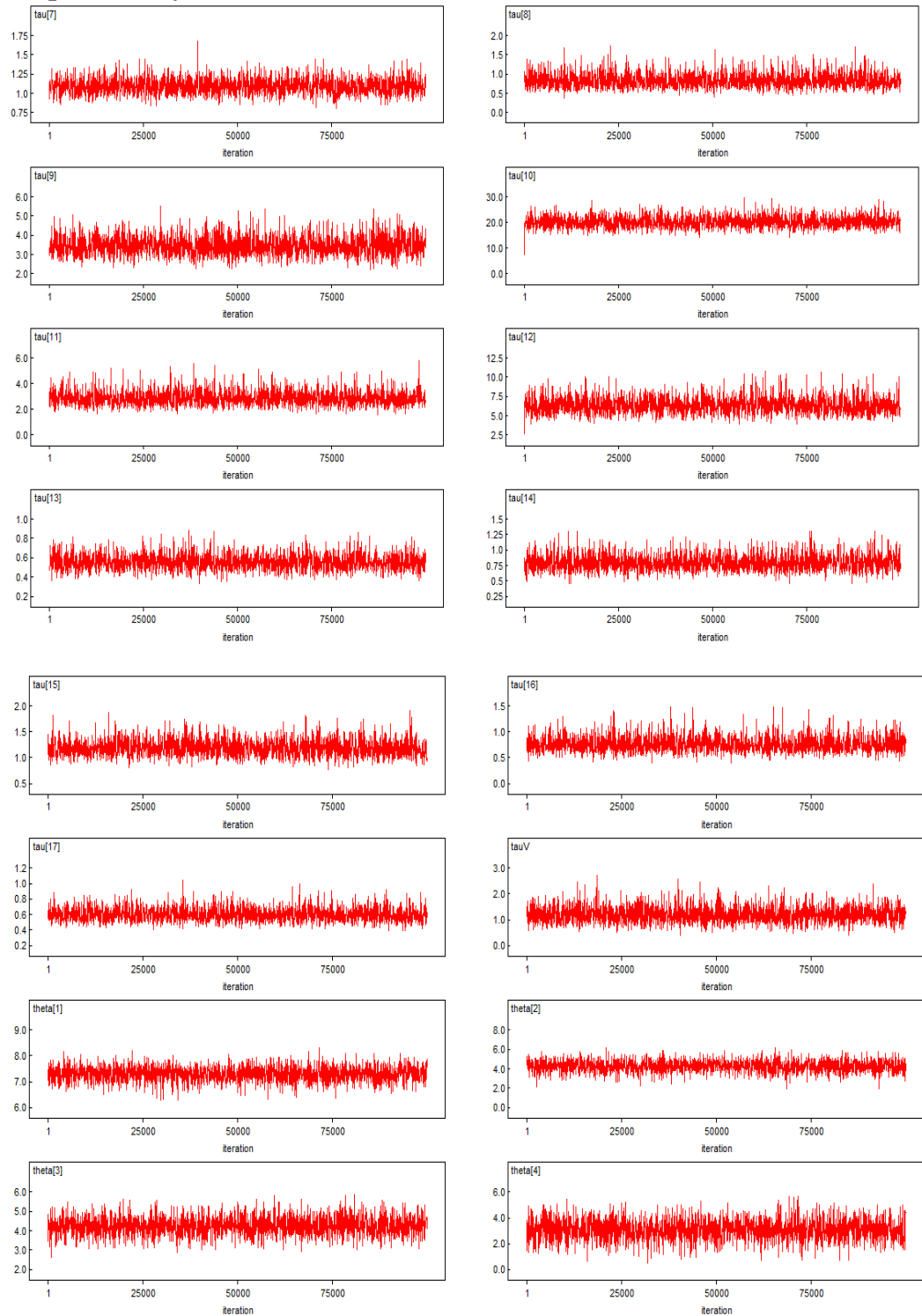
## Lampiran 5 (lanjutan)

### Output History Data MCMC



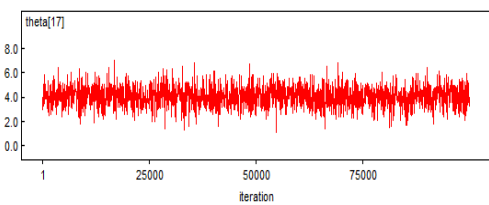
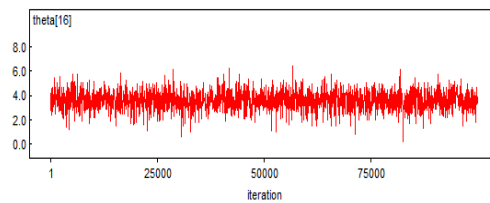
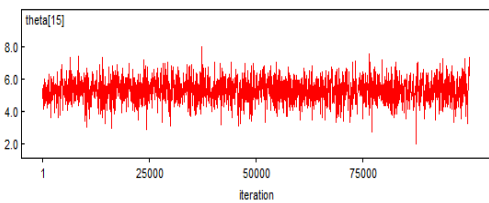
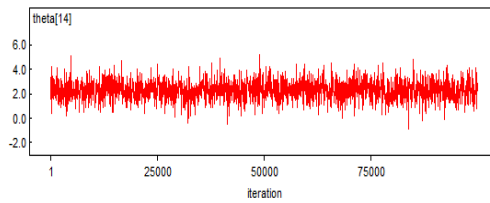
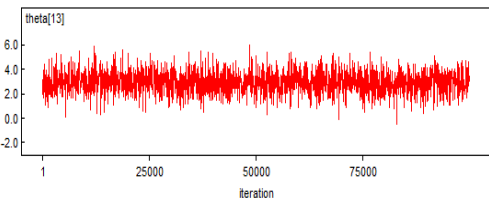
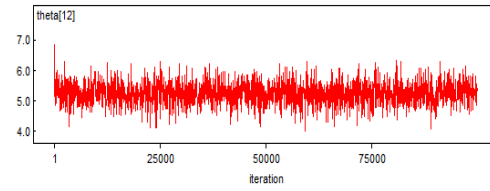
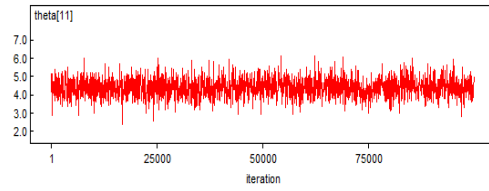
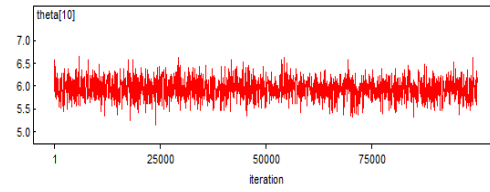
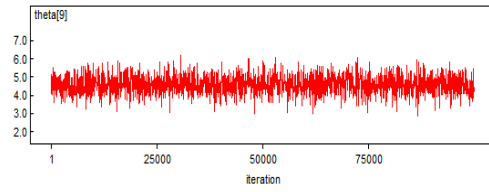
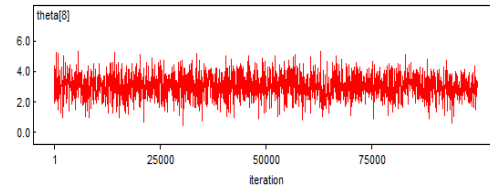
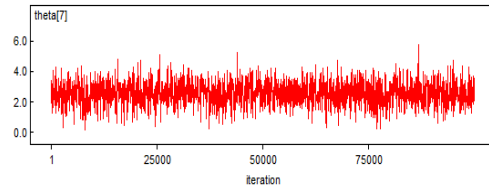
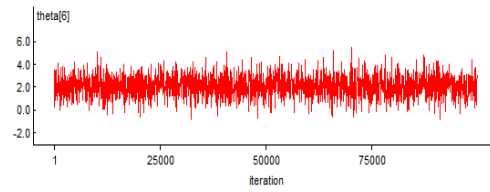
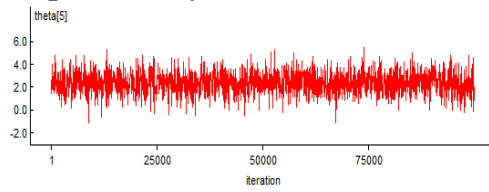
## Lampiran 5 (lanjutan)

### Output History Data MCMC

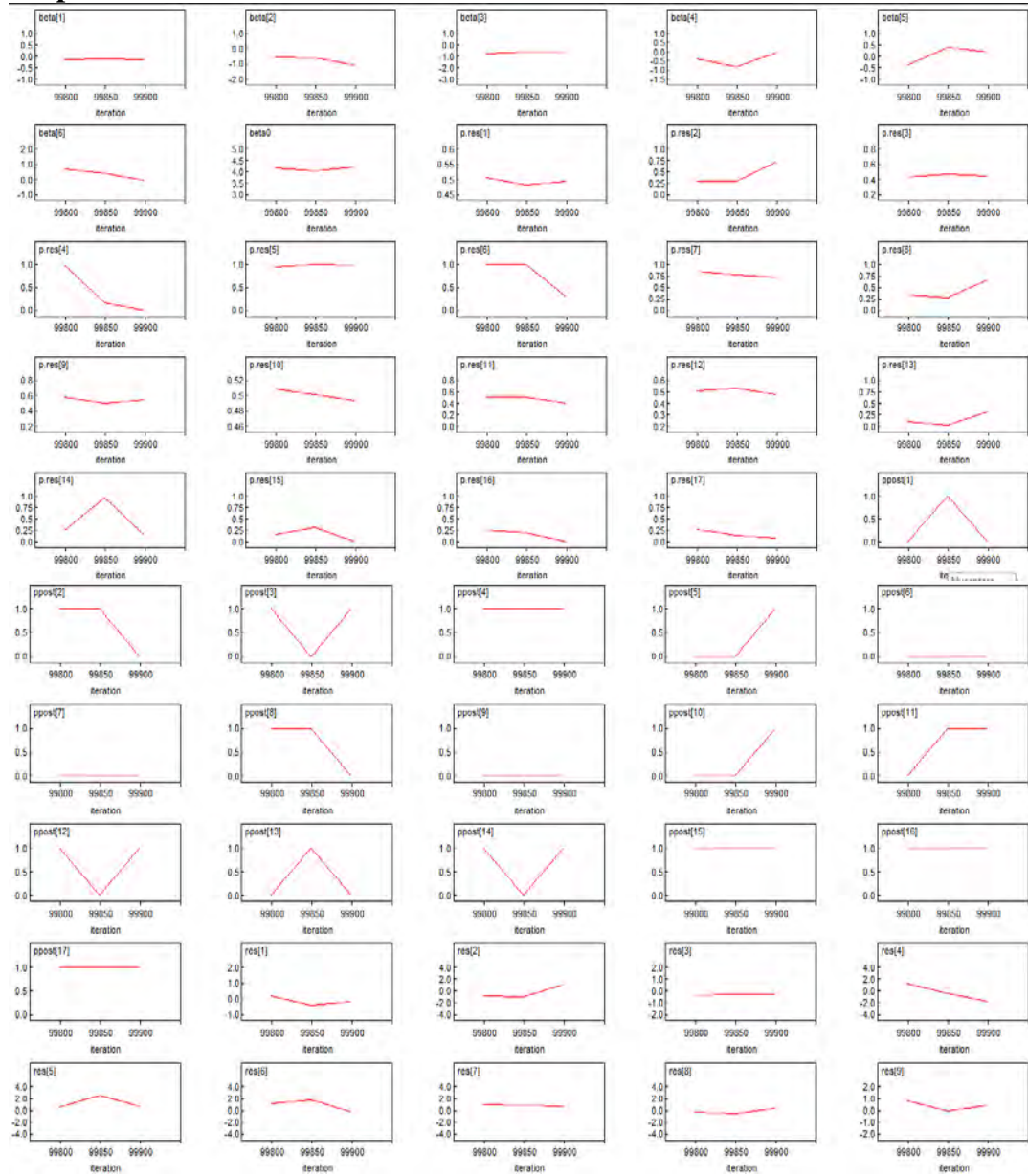


## Lampiran 5 (lanjutan)

### Output History Data MCMC

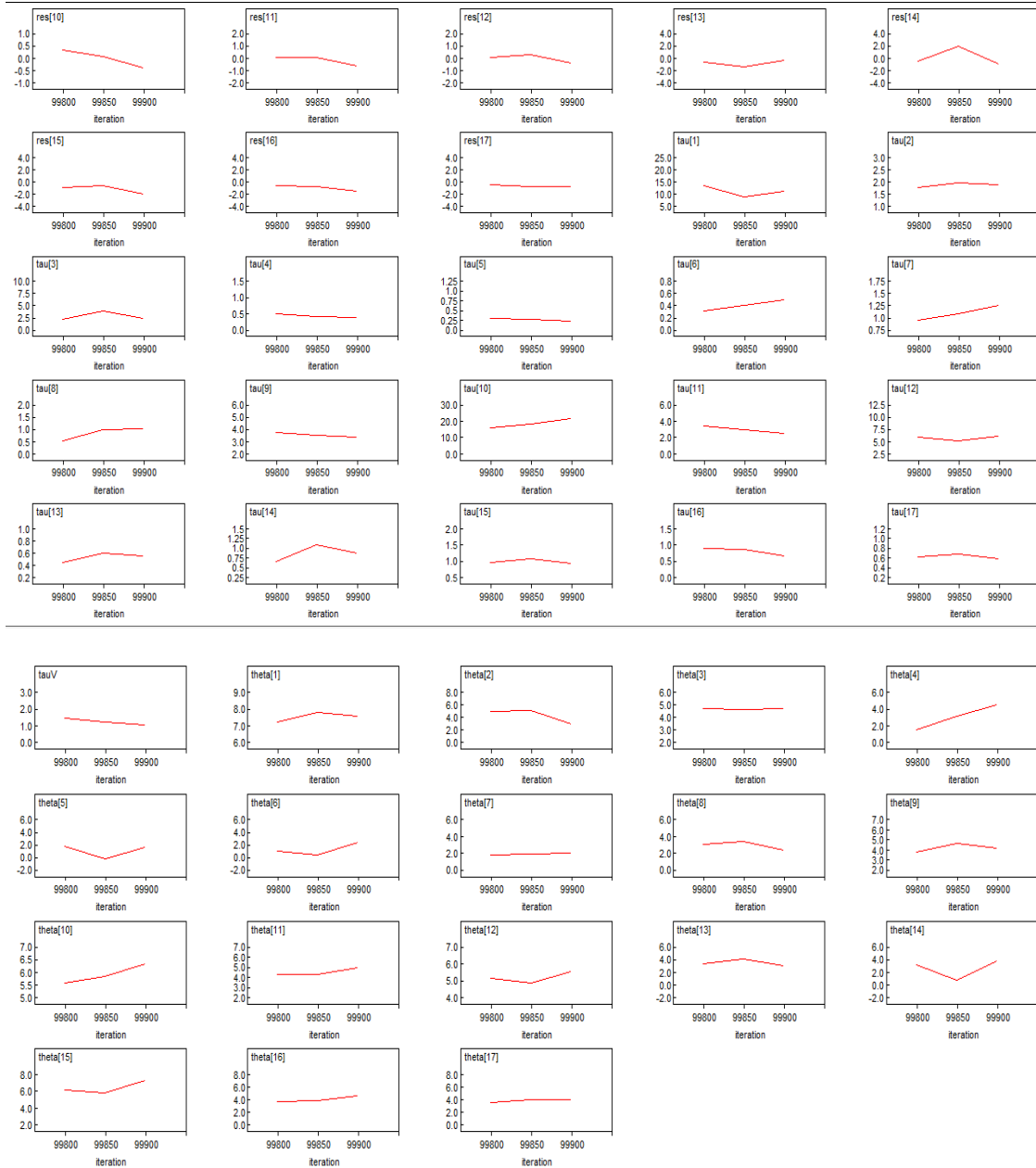


## Lampiran 6 Output Trace Plot



## Lampiran 6 (Lanjutan)

### Output Trace Plot



## Lampiran 7

### Output hasil ACF



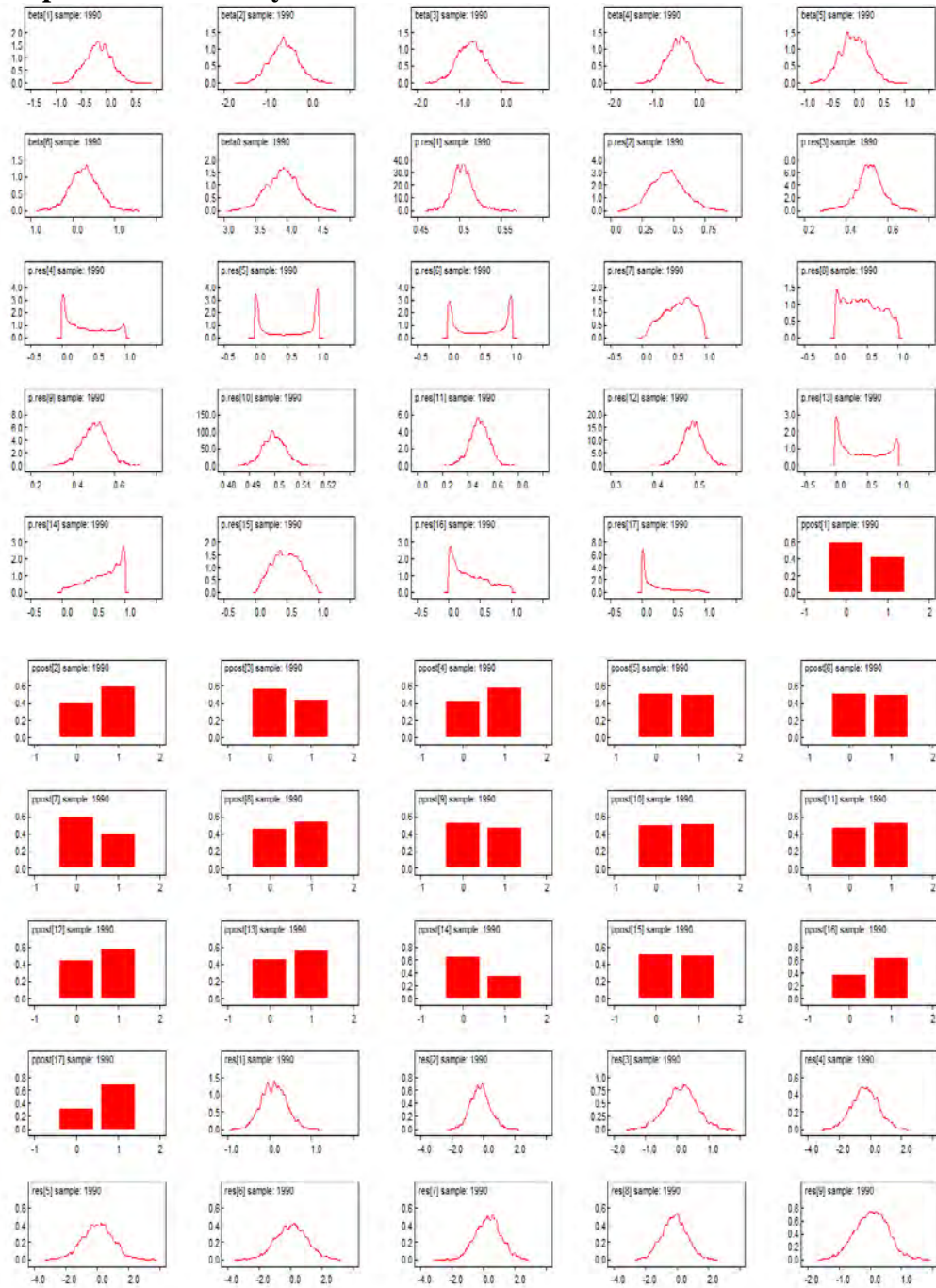
## Lampiran 7 (lanjutan)

### Output hasil ACF





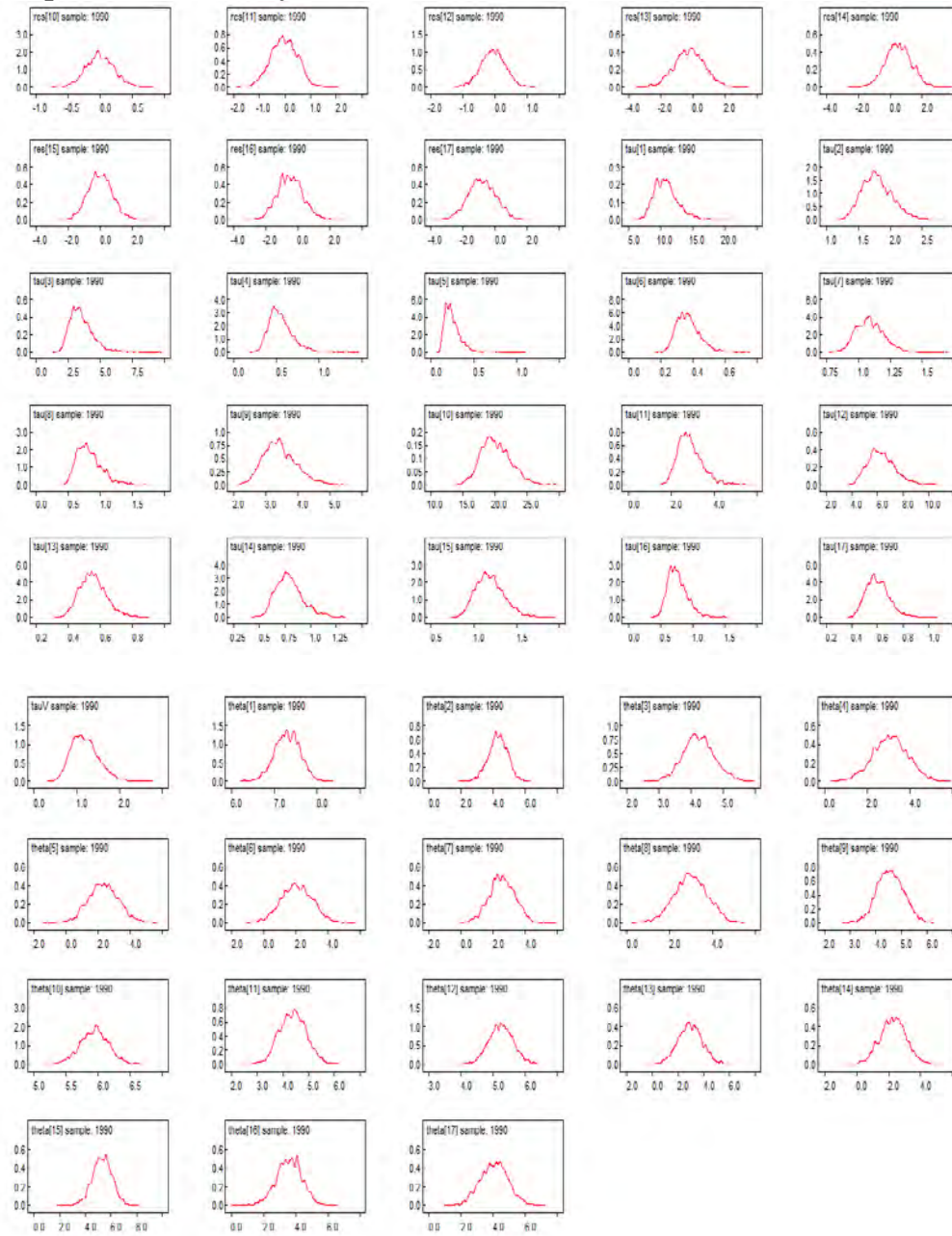
## Lampiran 8 Output Kernel Density





## Lampiran 8 (lanjutan)

### Output Kernel Density



## Lampiran 9

### Output Deviance Information Criterion

DIC untuk Estimasi langsung

Dbar = post.mean of -2logL; Dhat = -2LogL at post.mean of stochastic nodes

	Dbar	Dhat	pD	DIC
y	54.729	37.414	17.314	72.043
total	54.729	37.414	17.314	72.043

Dic untuk SAE HB

Dbar = post.mean of -2logL; Dhat = -2LogL at post.mean of stochastic nodes

	Dbar	Dhat	pD	DIC
y	36.425	26.195	10.230	46.656
total	36.425	26.195	10.230	46.656

## Lampiran 10

### Output hasil Deskriptif Data

#### Descriptive Statistics: X1, X2, X3, X4, X5, X6, Pengeluaran Per Kapita

Variable	N	N*	Mean	SE Mean	StDev	Minimum
X1	17	0	0.03601	0.00892	0.03679	0.00674
X2	17	0	4.0049	0.0758	0.3126	3.4045
X3	17	0	0.5792	0.0552	0.2276	0.1880
X4	17	0	18506	1134	4675	12837
X5	17	0	11704	1553	6401	1694
X6	17	0	1158	118	485	635
Pengeluaran Per Kapita	17	0	3.887	0.352	1.450	2.134

Variable	Maximum
X1	0.15293
X2	4.4706
X3	0.8870
X4	29099
X5	22254
X6	2690
Pengeluaran Per Kapita	7.411

## Lampiran 11

### Output hasil Regresi

#### Regression Analysis: Pengeluaran Per versus X1, X2, X3, X4, X5, X6

The regression equation is

$$\text{Pengeluaran Per Kapita} = 3.89 - 0.121 X1 - 0.510 X2 - 0.724 X3 - 0.259 X4 \\ - 0.019 X5 + 0.288 X6$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	3.8871	0.1778	21.86	0.000
X1	-0.1211	0.1943	-0.62	0.547
X2	-0.5104	0.2761	-1.85	0.094
X3	-0.7241	0.2991	-2.42	0.036
X4	-0.2585	0.2463	-1.05	0.318
X5	-0.0188	0.2017	-0.09	0.928
X6	0.2877	0.2842	1.01	0.335

S = 0.733270    R-Sq = 84.0%    R-Sq(adj) = 74.4%

#### Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	6	28.2728	4.7121	8.76	0.002
Residual Error	10	5.3769	0.5377		
Total	16	33.6497			

Source	DF	Seq SS
X1	1	0.0136
X2	1	20.0061
X3	1	7.3579
X4	1	0.3408
X5	1	0.0035
X6	1	0.5509

## Lampiran 12

### Output Korelasi

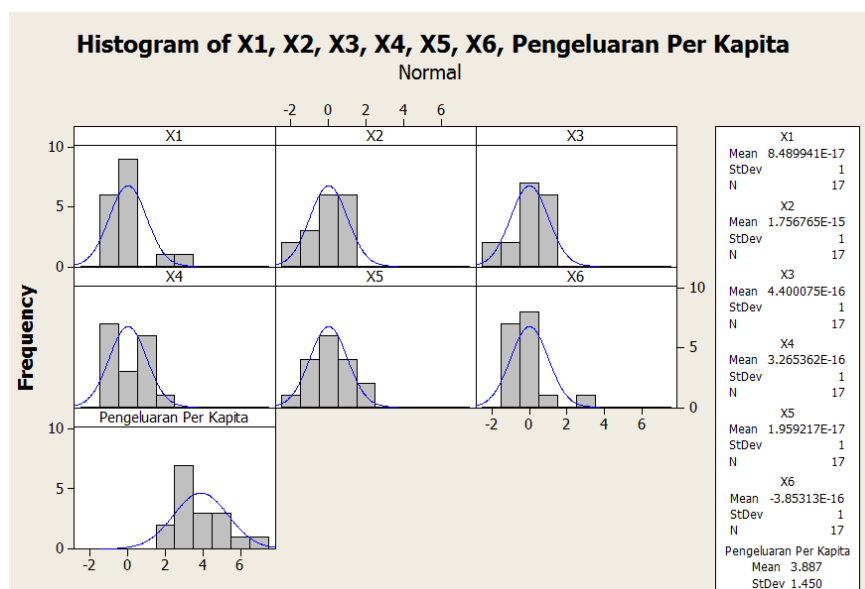
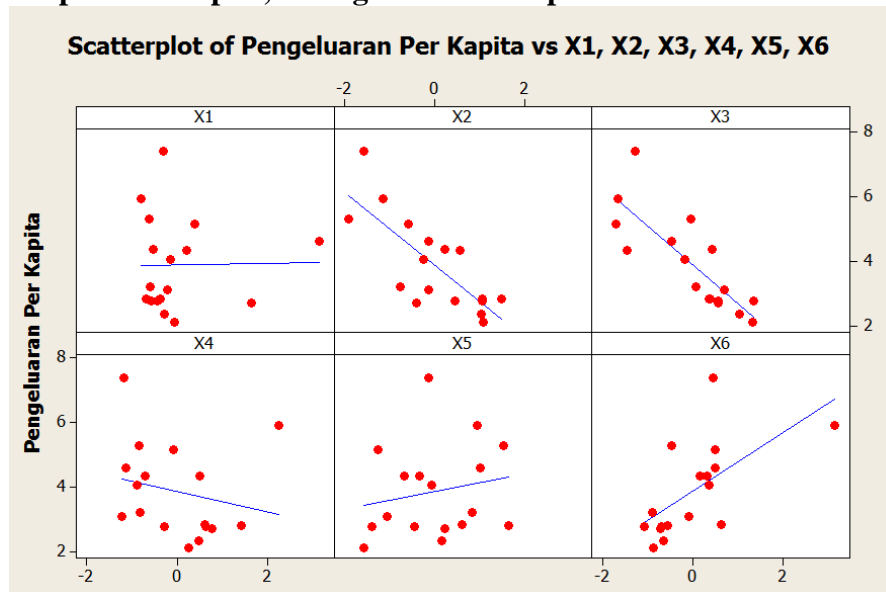
#### Correlations: X1, X2, X3, X4, X5, X6, Pengeluaran Per Kapita

	X1	X2	X3
X2	-0.041 0.877		
X3	-0.122 0.641	0.572 0.016	
X4	-0.202 0.437	0.376 0.137	-0.036 0.892
X5	0.089 0.733	-0.264 0.306	-0.205 0.430
X6	-0.032 0.902	-0.370 0.143	-0.703 0.002
Pengeluaran Per	0.020 0.939	-0.771 0.000	-0.821 0.000
	X4	X5	X6
X5	0.165 0.527		
X6	0.301 0.240	0.220 0.397	
Pengeluaran Per	-0.218 0.400	0.189 0.468	0.626 0.007

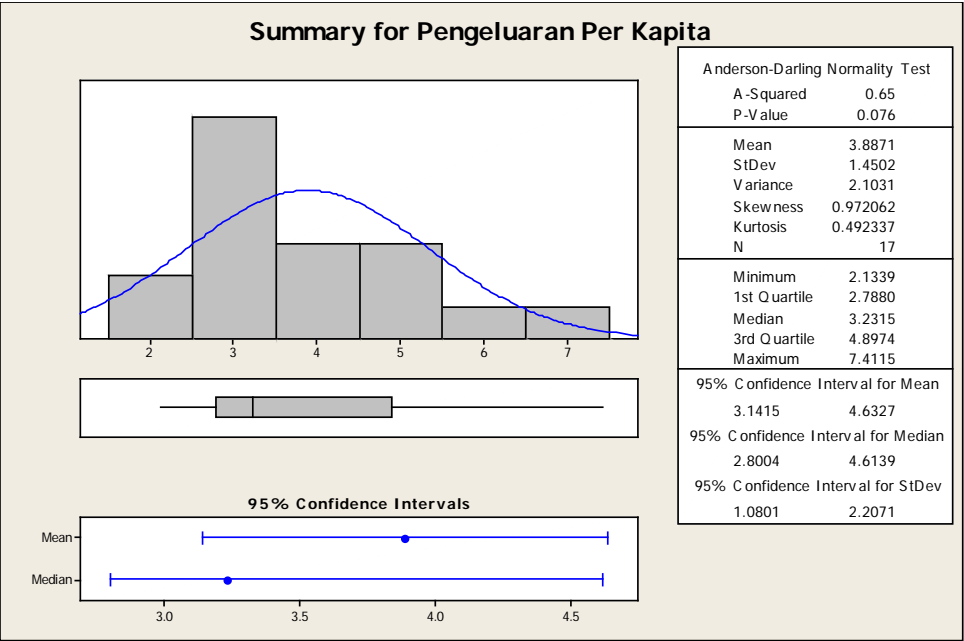
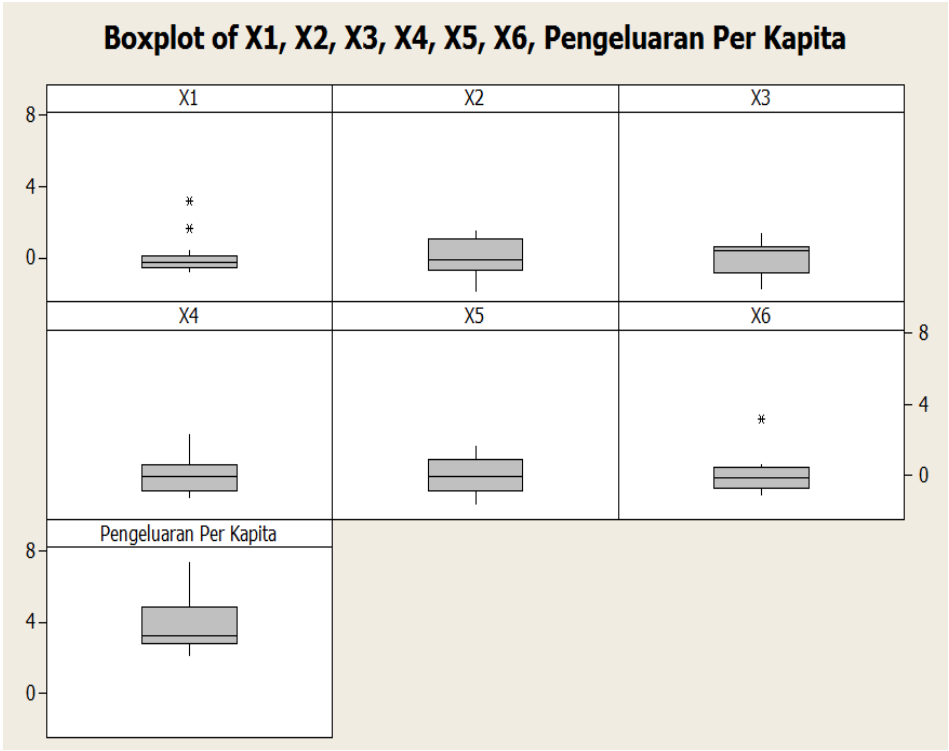
Cell Contents: Pearson correlation  
P-Value

## Lampiran 13

### Output Scatterplot, Histogram dan Boxplot



**Lampiran 13 (lanjutan)**  
**Output Scatterplot, Histogram dan Boxplot**



**Lampiran 14**  
**Output SPSS**  
**Median Test**

**Frequencies**

		Kode	
		HB	Langsung
Data	> Median	9	8
	<= Median	8	9

**Test Statistics<sup>a</sup>**

		Data
N		34
Median		382150.0000
Chi-Square		.118
df		1
Asymp. Sig.		.732
Yates' Continuity Correction	Chi-Square	.000
	df	1
	Asymp. Sig.	1.000

a. Grouping Variable: Kode



## Lampiran 15

### Sintax WinBUGS untuk SAE HB

```
Model{
for(i in 1:N){
y[i] ~ dnorm(theta[i],tau[i])
theta[i] ~ dnorm(miu[i],tauV)
miu[i]<- beta0 + beta[1] * (x[i,1] -mean(x[,1]))/sd(x[,1])+ beta[2] * (x[i,2] -
mean(x[,2]))/sd(x[,2]) +beta[3] * (x[i,3] -mean(x[,3]))/sd(x[,3])+beta[4] * (x[i,4] -
mean(x[,4]))/sd(x[,4])+ beta[5] * (x[i,5] -mean(x[,5]))/sd(x[,5]) +beta[6] * (x[i,6] -
mean(x[,6]))/sd(x[,6])

v[i]<-(theta[i]-miu[i])                                #random effect
p.v[i]<-phi(v[i]/sigmaV)                                #p-value
res[i]<-(y[i]-theta[i])                                #residual
p.res[i]<-phi(res[i]/sigma[i])                          #p-value residual
y.pred[i]~dnorm(theta[i],tau[i])                        #prediksi posterior
ppost[i]<-step(y.pred[i]-y[i]-0.001)                   #bayesian p-value
y.mixed[i]~dnorm(theta.pred[i],tau[i])
theta.pred[i] ~ dnorm(miu[i],tauV)
pmixed[i]<-step(y.mixed[i]-y[i]-0.001)}
for( i in 1 : N ){
d[i]<-n[i]-1
se[i] ~ dchisqr(d[i]) #estimasi varians sampling
sigma[i]<-d[i]*s[i]/se[i]
tau[i]<-sigma[i]}
beta0~dnorm(3.8871,5.624296963) #prior intersep
beta[1]~dnorm(-0.1211,5.146680391) #prior beta
beta[2]~dnorm(-0.5104,3.621876132) #prior beta
beta[3]~dnorm(-0.7241,3.343363424) #prior beta
beta[4]~dnorm(-0.2585,4.060089322) #prior beta
beta[5]~dnorm(-0.0188,4.957858205) #prior beta
beta[6]~dnorm(0.2877,3.518648839)#prior beta
tauV~dgamma(10,10) #prior varians random effect
sigmaV<-1/sqrt(tauV)}

Inits
list (beta0=1, beta=c(0,0,0,0,0,0), tauV=500,
theta=c(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)).

Data
list(N = 17, y = c(7.411490565,4.071238026,...,3.117338451,3.231463511)
,n=c(36,60,...,28,48)
,s=c(21.13527893,3.538271162,...,1.467009821,1.166931126)
,x = structure(.Data = c(0.025624306,3.509803922,...,17085,720.72
), .Dim = c(17,6)))
```

## Lampiran 16

### Sintax WinBUGS untuk Estimasi Langsung

```
Model{  
  for(i in 1:N){  
    y[i] ~ dnorm(p[i],tau[i])  
    p[i] ~ dnorm(0.0,1.0E-6)  
    d[i]<-n[i]-1  
    se[i] ~ dchisqr(d[i]) #estimasi varians sampling  
    sigma[i]<-d[i]*s[i]/se[i]  
    tau[i]<-1/sigma[i]}  
  }  
  Inits  
  list  
  p=c(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)).
```

### Data

```
list(N = 17, y =  
c(7.411490565,4.071238026,...,1.467009821,1.166931126)
```

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

## BIOGRAFI PENULIS



**Andi Muhammad Ade Satriya**, lahir pada tanggal 28 September 1988 di Kota Samarinda Provinsi Kalimantan Timur. Merupakan putra keempat dari empat bersaudara pasangan Bapak H. Andi Sarah Mochammad Amin (alm) dan Ibu Hj. Norbayah. Memulai pendidikan Taman Kanak-Kanak pada tahun 1993 di Taman Kanak-Kanak Aisyiyah Bustanul Athfal dan berijazah pada tahun 1994. Lulus dari Taman Kanak-Kanak selanjutnya meneruskan pendidikan Sekolah Dasar

pada tahun 1994 di Sekolah Dasar Negeri 005 Samarinda dan berijazah pada tahun 2000. Kemudian melanjutkan sekolah di Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Negeri 4 Samarinda dan berijazah pada tahun 2003 dan pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan di Sekolah Menengah Atas Negeri 5 Samarinda jurusan IPA dan berijazah pada tahun 2006.

Perguruan Tinggi dimulai pada tahun 2006 di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman pada Program Studi Statistika. Selama menempuh perkuliahan, telah mengikuti kegiatan kampus antara lain Pekan Mahasiswa Ilmiah (PMAIL) pada tahun 2006, menjadi anggota organisasi BEM FMIPA pada tahun 2006-2007, organisasi UKM Band FMIPA pada tahun 2006, organisasi Lembaga Dakwah Mushola Al-Hikmah tahun 2007 dan organisasi HIMASTA (Himpunan Mahasiswa Statistika) untuk periode 2007-2008. Menjadi panitia pelaksanaan Olimpiade Matematika III dan Matematika IV tingkat provinsi pada tahun 2007 dan 2008. Pada tahun 2009 melaksanakan Kuliah Kerja Nyata (KKN) angkatan XXXV di Kantor Pelayanan Pajak Pratama Kutai Kartanegara yang bertempat di Jl. Basuki Rahmat No. 5 dan melaksanakan Praktek Kerja Lapangan (PKL) di Kantor Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Kalimantan Timur di Jl. Kemakmuran No. 4 pada bulan Desember 2009 sampai

dengan bulan Februari 2010. Kemudian mengikuti Program *Co-Operative Education Program* (Co-Op Program) di Chevron Indonesia Company di Balikpapan pada bulan Februari 2010 sampai dengan Juli 2010.

Setelah sempat bekerja sekitar Sembilan bulan di dunia pendidikan sebagai Laboran Lab. Statistika Terapan FMIPA Universitas Mulawarman kemudian melanjutkan pendidikan ke Program Magister S2 Statistika, Jurusan Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya pada tahun 2012 dengan jalur Beasiswa Unggulan DIKTI. Penulis menekuni bidang Statistika pada bidang Analisis Bayesian. Segala diskusi tentang karya ilmiah (thesis) ini dapat diajukan untuk didiskusikan bersama penulis melalui email: [andiade06@yahoo.com](mailto:andiade06@yahoo.com)

## DAFTAR PUSTAKA

- Afshartous, D. dan De Leeuw, J. (2004), An Application of Multilevel Model Prediction to Nels:88. *Behaviormetrika*, **31**(1): 43-66.
- Akita, T. dan Pirmansyah, L. (2011) Urban Inequality in Indonesia, IUJ Research Institute. Economics & Management Series, EMS 04.
- Allenby, G.M. dan Rossi, P.E. (2005), Hierarchical Bayes Model, in: Rossi, P. E., Allenby, G. M., dan McCulloch, R. *Bayesian Statistics and Marketing*. Wiley, New York. [www.terry.uga.edu/~rgrover/chapter\\_20.pdf](http://www.terry.uga.edu/~rgrover/chapter_20.pdf)
- Anwar, K., (2007), *Small Area Estimation dengan Metode Kernel Learning untuk Peta Kemiskinan di Kabupaten Kutai Kertanegara*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Box, G.E.P dan Tiao, G.C. (1973), *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Reading, MA: Addison-Wesley.
- Casella, G. dan George, E.I. (1992), Explaining the Gibbs Sampler. *Journal of the American Statistical Association* **46**(3): 167-174.
- Carlin, B.P. dan Chib, S. (1995), Bayesian model choice via Markov Chain Monte Carlo methods, *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B*, **57**(3): 473-484.
- Chip, S., dan Greenberg, E. (1995). Understanding the Metropolis-Hasting Algorithm. *The American Statistician*, **94**, 327-335.
- Fausi, H., (2011), *Small Area Estimation Terhadap Pengeluaran per Kapita di Kabupaten Sumenep dengan Metode Empirical Bayes*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Fay, R., dan Herriot, R. A. (1979). Estimation of Income for Small Places : An Application of James-Stein Procedures to Census Data. *Journal of the American Statistical Association*, **74**, 268-277.
- Francois, O. dan Laval, G. (2011), *Deviance Information Criteria for Model Selection in Approximate Bayesian Computation*.
- Gelfand, A., dan Smith, A. (1990). Sampling based Approaches to Calculating Marginal Densities. *Journal of the American Statistical Association* **85**, 398- 409.

- Gelman, A., dan Hill, J. (2007), *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*, Cambridge University Press, UK.
- Gosh, M. dan Rao, J.N.K., (1994), "Small Area Estimation : An Appraisal", *Statistical Sciences*, Vol. 9, No. 1, hal. 56-93.
- Iriawan, N. (2000), *Computationally Intensive Approaches to Inference in Neo-Normal Linear Models*, Ph.D. Dissertation, CUT, Australia.
- Iriawan, N. (2012), *Pemodelan dan Analisis Data-Driven*, ITS PRESS, Surabaya, ISBN: 978-602-9494-47-1.
- Ismartini, P., Iriawan, N., Setiawan, dan Ulama, B.S.S. (2012a), Model Criticism for Log-Normal Hierarchical Bayesian Models on Household Expenditure in Indonesia, *Proceeding of International Conference Statistics in Science, Business, and Engineering (ICSSBE) 2012*, 10-12 September 2012, 1-4, University of Technology Mara, Malaysia, ISBN: 978-1-4673-1581-4, DOI: 10.1109/ICSSBE.2012.6396521.
- Ismartini, P., Iriawan, N., Setiawan, dan Ulama, B.S.S. (2012e), Log-Logistik Hierarchical Bayesian Model pada Estimasi Pengeluaran Perkapita Rumah tangga, *Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVI (KNM XVI)*, Universitas Padjadjaran bekerja sama dengan Indonesia Mathematical Society (IndoMS), 3-6 Juli 2012, Jatinangor, Bandung. ISBN: 978-602-19590-2-2.
- Johnson, R.A. dan Wichern, D.W. (2002), *Applied Multivariate Statistical Analysis 5th edition*. Prentice Hall, London.
- Karklin, Y. dan Lewicki, M.S. (2003), A Hierarchical Bayesian model for learning non-linear statistical regularities in non-stationary. <http://www.cnbc.cmu.edu/cplab/papers/Karklin-Lewicki-NC05-preprint.pdf>
- Lanjouw, P., dan Ravallion, M. (1995), Poverty and Household Size, *The Economic Journal*, **105**(433): 1415-1434. Lee, Y. dan Nelder, J.A. (2005), Likelihood for Random Effect Models. *SORT*, **29**(2):141-164 .
- Ni'mah, R., (2013), *Hierarchical Bayesian Small Area Estimation untuk Indeks Paritas Gender dalam Pendidikan Studi Kasus Propinsi Jawa Timur*, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Ntzoufras, I. (2009), *Bayesian Modeling Using WinBUGS*. Wiley, New Jersey, USA.

- Prasad, NGN dan Rao, JNK., (1990), "The Estimation of Mean Squared Errors of Small Area Estimation", *Journal of American Statistical Association* 85, pp.163-171.
- Pfefferman D., (2002), "Small Area Estimation - New developments and directions", *International Statistical Review*, Vol 70, 1, hal.125-143.
- Rao, J.N.K. (2003), *Small Area Estimation*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Rumiati, A.T., (2012), Model Bayes untuk Pendugaan Area Kecil dengan Penarikan Contoh Berpeluang Tidak Sama pada Kasus Respon Binomial dan Multinomial, Disertasi, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Siswantining, T., (2013). Kurva Rasio Variansi Spatial Hierarchical Bayes Small Area Estimation Untuk Berbagai Ukuran Sampel. Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro 2013, ISBN: 978-602-14387-0-1.
- Spiegelhalter, D.J., Best, N.G., and Carlin, B.P. (1998), Bayesian deviance, the effective number of parameters, and the comparison of arbitrarily complex models. unpublished.
- Spiegelhalter, D.J., Best, N.G., Carlin, B.P., and Linde, A. (2002), Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of The Royal Statistical Society*, **64**(1): 583-639.
- Trevisani, M dan Torelli, N. *Small area models for count data: Alternative hierarchical Bayesian specifications*. Department of Economic and Statistical Science, University of Trieste, Italy
- You, Y., and Zhou, Q.M., (2011), "Hierarchical Bayes Small Area Estimation Under A Spatial Model With Application To Health Survey Data". *Survey Methodology*, Vol. 37, No. 1, hal. 25-37.



(Halaman ini sengaja dikosongkan)